د پوهنې وزارت

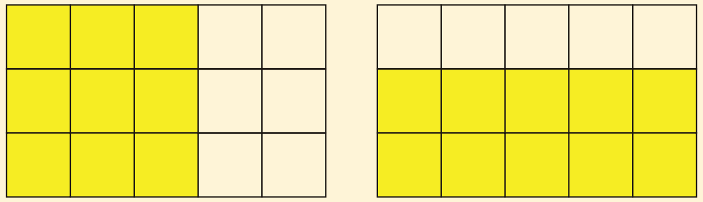
د تعليمي نصاب د پراختيا
او درسي کتابونو د تاليف عمومي رياست

رياضي

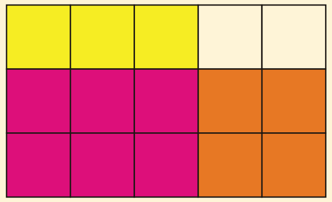
۱۰ ټولگی

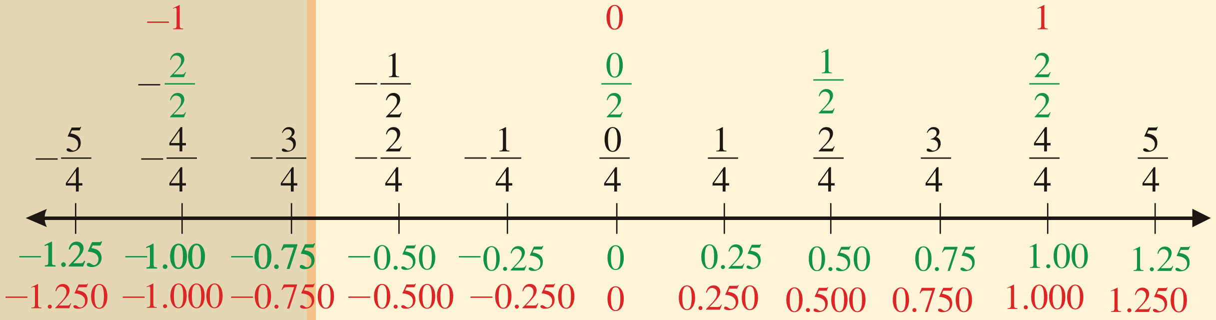
د ديني مدرسو لپاره

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$$



$$= \frac{6}{15}$$





درسي کتابونه د پوهنې په وزارت پورې اړه لري،
اخيستنه او خرڅونه يې منع دي

۱۳۹۸ هـ.ش.

د لسم ټولګي

رياضي

د ديني مدارسو لپاره

۱۳۹۸
هـ . ش.

مؤلف:

پوهنیار عبیدالله صافی د تعلیمی نصاب د پراختیا او د درسی کتابونو د ریاضیاتو متخصص

علمي او مسلکي ایډیټ:

- حبیب الله راحل د تعلیمي نصاب د پراختیا په ریاست کې د پوهنې وزارت سلاکار.
- پوهنیار عبیدالله صافی د تعلیمي نصاب د پراختیا د ریاضیاتو متخصص

د ژبې ایډیټ:

محمد قاسم هیله من د تعلیمي نصاب د پراختیا د ریاست علمي او مسلکي غړي.

دیني، سیاسي او فرهنگي کمېټه:

- حبیب الله راحل د تعلیمي نصاب د پراختیا په ریاست کې د پوهنې ورزارت سلاکار.
- محمد أصف کوچی د اسلامي زده کړو د ډیپارټمنټ متخصص

إشراف

- دکتور شیر علي ظریفي د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې رئیس.

بسم الله الرحمن الرحيم

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزیر پیغام

الحمد لله رب العالمین والصلوة والسلام علی رسوله محمد و علی آله و أصحابه أجمعین، أما بعد:

تعلیمي نصاب د ښوونې او روزنې د نظام بنسټ جوړوي او د هېواد د اوسنیو او راتلونکو نسلونو په علمي، فکري او سلوکي ودې او پراختیا کې بنسټیزه او ارزښتمنه ونډه لري.

تعلیمي نصاب باید د وخت په تېرېدو او د ژوندانه په بېلابېلو ډګرونو کې له بدلون او پرمختګ او د ټولنې له اړتیاوو سره سم، د مضمون او محتوا او د معلوماتو د ورکړې د لارو چارو له مخې، بدلون او پراختیا ومومي.

د تعلیمي نصاب په ډګر کې د اسلامي زده کړو د نصاب بیا کتنې او پراختیا ته جدي اړتیا لیدل کېده؛ ځکه له یوې خوا باید د دیني مدرسو فارغان د ټولنې د معنوي مخکښانو په توګه د معارف د هڅو د پوره پام وړ وګرځي او له بلې خوا د دیني مدرسو په نصاب کې د اسلام د سپېڅلي دین عقاید، احکام او لارښوونې راغلې دي چې د انساني ژوند د ټولو اړخونو بشپړ نظام او قانون او د نړۍ د خالق او پرودګار د وروستني پیغام په توګه د قیامت تر ورځې پورې، د بشریت د لارښوونې دنده سرته رسوي.

د اسلامي امت عالمانو د تاریخ په اوږدو کې د اسلامي معارف او تعلیماتو د سیستم په رامنځته کولو، پراختیا او بډاینه، په تېره بیا د اسلامي نړۍ د علمي مرکزونو او مؤسسو د تعلیمي نصاب په تدریجي وده کې، خپله دنده سرته رسولې ده.

د اسلامي علومو تاریخ ته کره کتنه، دا څرګندوي چې د دیني مدرسو او علمي مرکزونو نصاب تل د اسلام د تلپاتې او ثابتو احکامو پر بنسټ، د ټولنې له اړتیاوو سره سم، هر وخت او هر ځای پراختیا موندلې ده.

زموږ ګران هېواد افغانستان د علمي ځلانده تاریخ په درلودلو سره د علم او پوهې زانګو او د وخت لوی علمي مرکز وو چې د اسلامي ستر تمدن په جوړښت کې یې مهمه ونډه درلوده. د علم او ثقافت په مختلفو ډګرونو، په ځانګړې توګه د عقایدو، تفسیر، حدیث، فقهې او د فقهې د اصولو په څېر په شرعي علومو کې د زرګونو پوهانو او عالمانو موجودیت، زموږ ددې وینا پخلی کوي.

په اوسني عصر کې د اسلامي ویښتابه له پراختیا سره سم زموږ په هېواد کې اسلامي زده کړو د کمیت او کیفیت له مخې زیات بدلون موندلی او د هېواد کوچنیان او ځوانان په ډېره مینه او لیوالتیا د اسلامي زده کړو مرکزونو او مدرسو ته مخه کوي.

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزارت د خپل مسؤولیت او دندې له مخې د هېواد له اساسي قانون سره سم د اسلامي زده کړو د کیفي او کمي پراختیا او په هغې کې د اسلامي زده کړو د نصاب په اړه د پام وړ ګامونه پورته کړي دي.

په دې لړ کې د پوهنې وزارت، د هېواد د ډاډ وړ تجربه لرونکو عالمانو، استادانو او متخصصانوڅخه په بلنه د دیني مدرسو د تعلیمي نصاب، د لا ښه کولو لپاره، مروج کتابونه، د متنونو د شرحې او توضیح او د فعالیتونو، ارزونو او تمرینونو په ورزیاتولو د درسي کتابونو له نویو معیارونو سره سم چمتو کړل.

هیله من یم، د پوهنې وزارت دا هڅې، په افغانستان کې د اسلامي زده کړو د لا پراختیا او بډاینې او د لوی خدای جل جلاله د رضا د ترلاسه کولو لامل شي.

وبالله التوفیق

دکتور محمد میرویس بلخي

د پوهنې وزیر

مقدمه

قدرمنو استادانو او گرانو زده کوونکو،

رياضي چې د طبيعي علومو ژبه ده، د طبيعت قوانين د فورمولونو په شکل وړاندې کوي او په عددونو او مقدارونو پورې اړوند مسايل د حساب په ژبه بيانوي.

وګړي په خپل ورځني ژوند کې دی علم ته اړتيا لري، د ساينسي علومو لپاره د کِلي حيثيت لري، د طبيعت زيات قوانين د رياضي د علم په ژبه بيانېږي، د رياضي علم ته د شرعي مسايلو په حلولو کې هم اړتيا ده، د ميراث د وېش، د ځمکو د وېش په مهال د هغو د مساحت پېژندل، د شريکانو د ونډې پېژندل او په داسې نورو ډېرو برخو کې له رياضي څخه کار اخيستل کېږي.

نو د دې لپاره چې زمونږ د ديني مدرسو فارغان اړينې وړتياوې ولري، د ژوند ورځني مسايل چې په رياضي پورې اړوند وي حل کړای شي، د ميراث، مشارکت، تنزيل، تخفيف، نسبت، تناسب، د مالونو د وېش په مسايلو او د ساينسي مضامينو په محتوا وپوهېږي، د افغانستان د اسلامي جمهوريت د پوهنې وزارت د تعليمي نصاب د پراختيا عمومي رياست، د رياضي اړين مسايل د ديني مدرسو په نصاب کې ځای په ځای کړل.

په دې توګه د دې برخې د زده کوونکو بنسټيزو اړتياوو ته په پام، راتلونکي تخصص او په تعليمي پلان کې د رياضي د مضمون لپاره ټاکل شوي وخت ته په پاملرنې د رياضي د علم هغه اړوند او ضروري مسايل د نصاب ليکنې د معاصر فن په نظر کې نيولو سره په أسانو او اغيزمنو طريقو تاليف کړل، تر څو د ديني مدرسو فارغان د ديني علومو تر څنګ ځينې اړين دنيوي علوم هم زده کړي، ظرفيتونه يې لوړ شي او په ټولنه کې د فعال ګډون او اغېزمن رول لوبولو لپاره وړتياوې تر لاسه کړي.

والله ولی التوفيق

فهرست مخ

لومړی څپرکی: نسبتي عددونه

د عددونو سیستم.. ۳

د نسبتي عددونو د جمعې او تفریق عملیې... ۷

د نسبتي عددونو د ضرب او وېش عملیې... ۱۱

د ورځني ژوند د مسایلو په حلولو کې د کسرونو د استعمال ځایونه.................۱۷

قوسونه او د افادو ساده کول ۲۳

د نسبتي عددونو د طاقت قوانین.. ۲۷

د عدد د لیکلو علمي طریقه ۳۳

د څپرکي مهم ټکي ۳۶

د څپرکي پوښتنې... ۳۸

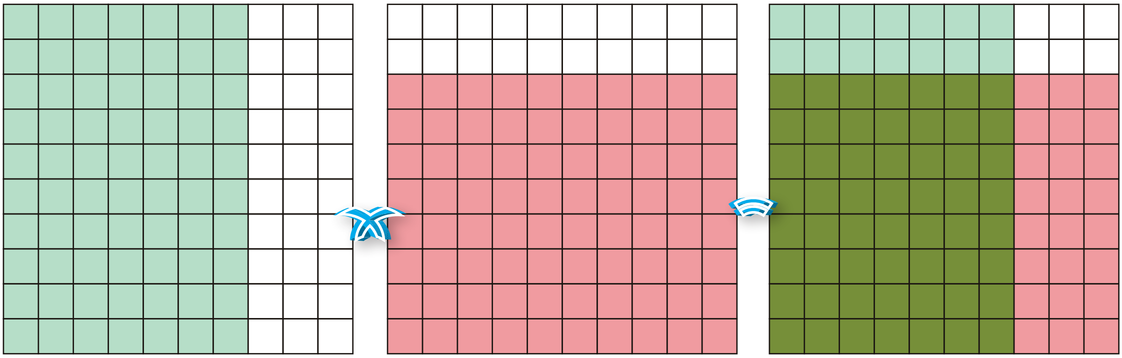
فهرست **مخ**

دویم څپرکي: پولینوم

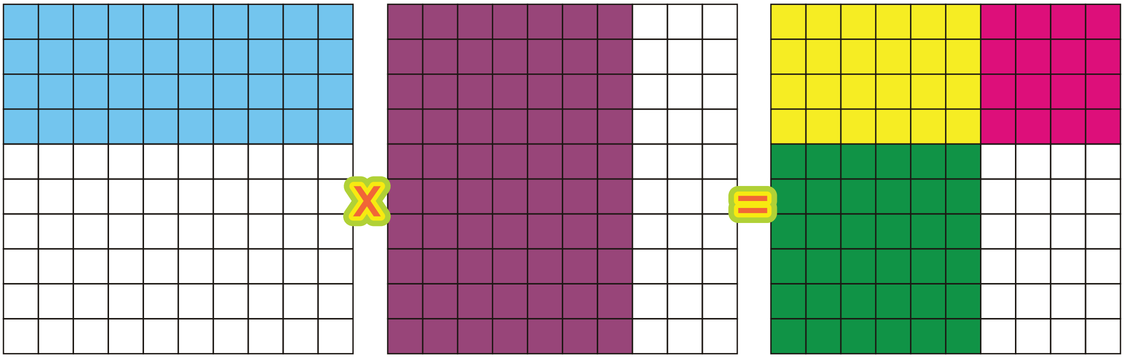
الجبري افادې ٤٣
د پولینوم ډولونه او درجه يې ٤٧
د یو پولینوم د قیمت پیداکول ٥٣
د پولینومونو خلورګونې عملیې ٥٦
د پولینومونو د ضرب علمیه ٦١
د پولینومونو د وېش علمیه ٦٥
مطابقتونه: د ($(a+b)^2$ او $(a-b)^2$) مطابقتونه ٦٧
د $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ مطابقت ٧٣
تجزیه ٧٧
د هغه الجبري افادو تجزیه چې د a^2-b^2 شکل ولري ٨١
د څپرکي مهم ټکي ٨٣
د څپرکي پوښتنې ٨٦

لومړی څپرکی

نسبتي عددونه
(Rational Numbers)

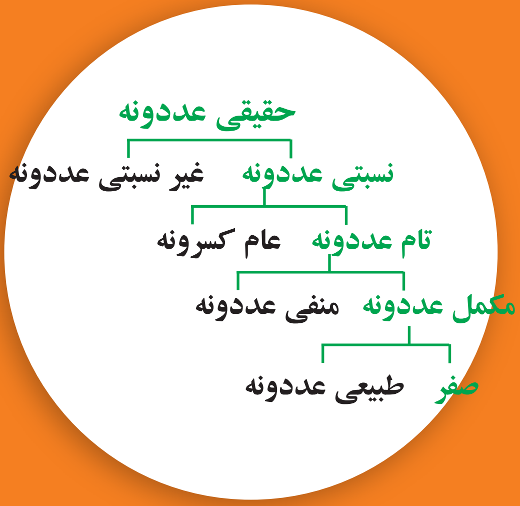


$0.7 \times 0.8 = 0.56$



$0.4 \times 0.7 = 0.28$

د عددونو سیستم
System of numbers



ایا د $0.\overline{3}$ عدد، نسبتي عدد دی؟

په پخوا زمانو کې د انسانانو ژوند ډېر ساده و. شپنو به خپل پسونه د ورو کاڼو په واسطه شمېرل او کله چې به يې خپلې رمې د څر ځایونو ته بیولې او بېرته به يې راوستلې د وړو کاڼو په واسطه به يې ورك شوي پسونه معلومول.

په پخوا زمانو کې انسانانو د ...1،2،3،4 عددونو پر ځای|، ||، |||، |||| ... علامې استمالولې. پخوانیو مصریانو څه ناڅه 5000 کاله له میلاد دمخه د شمېرلو لپاره د لاسونو د لسو ګوتو څخه کار اخیست، په دې معنا چې د (10) په قاعده سیستم يې درلود د ∩ علامه يې د (10) او د ୨ علامه يې د (100) لپاره په کار وړله. هر څومره چې به اړتیا وه یوه علامه به په تکراري ډول لیکل کېده، د مثال په ډول د (13) عدد يې (∩|||) په شکل او د (324) عدد به يې ୨୨୨∩∩|||| په شکل لیکه او دا عدد يې په لاندې ډول ترتیبوه:

1+1+1+1+10+10+100+100+100

د مختلفو هېوادونو خلکو ځانته د عددونو بېلابېل سیستمونه ټاکلي وو، چې دا سیستمونه د پرمختللې ټولنې لپاره د قبول وړ نه وو، له همدې کبله دا سیستمونه رد شول او د عددونو د لیکلو یو واحد سیستم يې رامنځ ته کړه.

1 - **د طبیعي عددونو سټ**: چې د عددونو د شمېرلو د سټ (Count numbers) په نامه هم یادېږي او داسې ښودل کېږي: $IN = \{1,2,3,4,5...\}$

خو د $x + 2 = 2$ معادله د طبیعي عددونو په سټ کې حل نه لري $x = 2 - 2 = 0$ ، څرنګه چې په طبیعي عددونو کې صفر نشته دی نو له دې امله بل سټ ته اړتیا پیدا شوه.

2 - **د مکملو عددونو سټ**(Whole numbers): چې له $w = \{0,1,2,3,4,5...\}$ څخه عبارت دی، خو په دې سټ کې هم د $x + 3 = 0$ معادله حل نه لري، ځکه چې x=-3 کېږي.

3 - **د تامو عددونو سټ یا** $Z=\{...-2,-1,0,1,2...\}$ د $2x+1=2$ معادله د تامو عددونو په سټ کې حل نه لري، ځکه چې $x=\frac{1}{2}$ کېږي. چې $\frac{1}{2}$ د تامو عددونو په ست کې وجود نه لري.

4 - **د نسبتي (ناطقو) عددونو سټ**: پوهېږو چې نسبتي عدد هغه عدد دی چې د $\frac{p}{q}$ ($q\neq 0$ او p او q تام عددونه دي) په شکل ولیکل شي. د مثال په ډول $\frac{2}{3}$, $4,3,7,\sqrt{16}$ او نور نسبتي عددونه دي، ځکه چې $\sqrt{16}=4=\frac{4}{1}$

a-**هغه اعشاري کسرونه چې اعشاري رقمونه یې ختمېږي**(Terminating decimals): یا د اعشاري رقمونو شمېر یې معلوم وي لکه د 202.04، 0.0000415، 100000.41237895، د هغه کسرونو مثالونه دي چې اعشاري رقمونه یې پای ته رسېږي.

b -**متوالي اعشاري کسرونه** (Recurring Decimal Fractions): هغه اعشاري کسرونه دي چې یو یا څو اعشاري رقمونه یې تکرارېږي، د مثال په ډول:

$0.3\overline{6}, 4.\overline{123}, 0.\overline{23}, 2.\overline{3}$

دا اعشاري کسرونه د عام کسر په شکل لیکل کېدای شي، نو هر متوالي اعشاري کسر یو نسبتي عدد دی.

لومړی مثال:

$$\frac{2}{9}=0.\overline{2}$$
$$\frac{4}{7}=0.\overline{571428}$$
$$\frac{9}{11}=0.\overline{81}$$
$$\frac{7}{12}=0.58\overline{3}$$

$$0.36=\frac{36}{100}=\frac{18}{50}=\frac{9}{25}$$
$$0.\overline{36}=\frac{36}{99}=\frac{12}{33}=\frac{4}{11}$$
$$0.3\overline{6}=\frac{33}{90}=\frac{11}{30}$$
$$0.\overline{123}=\frac{123}{999}=\frac{41}{333}$$
$$0.25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$$
$$0.333...=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

فعالیت

لاندیني عددونه د اعشاري متوالي کسرونو په شکل ولیکئ.

$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{4}{15}$ $\frac{17}{18}$

$\frac{5}{22}$ $\frac{13}{24}$ $\frac{13}{27}$ $\frac{29}{33}$ $\frac{9}{11}$

5 - **غیر نسبتي یا ګُنګ عددونه** (Irrational numbers): هغه عددونه دي چې د عام کسر په شکل لیکل کېدای نشي یا په بل عبارت د $\frac{p}{q}$ په شکل نه لیکل کېږي چې (p او q اتام عددونه او $q \neq 0$ دی) لکه $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{7}{\sqrt{5}}, \sqrt{\frac{5}{16}}$ او داسې نور.

هغه اعشاري کسرونه چې اعشاري رقمونه یې نه ختمېږي او نه تکرارېږي غیرنسبتي عددونه دي، لکه:

0.01001000100001 ,...7.3205080,...1.709975947 ,...,3.141592654

چې دا عدد د ...$\pi = 3.1415926535897$ په نامه یادېږي.

$$\pi = \frac{\text{د دایرې محیط}}{\text{د دایرې د قطر اوږوالی}}$$

6 - **د حقیقي عددونو سټ**: هغه سټ دی چې د نسبتي عددونو (Q) او غیر نسبتي عددونو (Q') له اتحاد څخه جوړ شوی وي: $Q \cup Q' = IR$

7 - **د مختلطو عددونو سټ**: د $x^2 + 1 = 0$ معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل نه لري، خو د مختلطو عددونو په سټ کې حل لري. یا منفي عددونه د حقیقي عددونو په سټ کې مربع جذر نه لري چې د جذر درجه یې جفته وي.

د مثال په توګه: $\sqrt{-16}$, $\sqrt{-64}$, $\sqrt{-36}$ عددونه د مختلطو عددونو په سټ کې دویم جذر لري.

(a+bi) د یو مختلط عدد عمومي شکل دی چې a او b حقیقي عددونه او $\sqrt{-1} = i$ دی.

دویم مثال: په لاندینیو عددونو کې، نسبتي، غیر نسبتي او حقیقي عددونه وښیې.

$\sqrt{3}$ -56.85 $\frac{\sqrt{9}}{3}$ $\sqrt{10}$ $\frac{3}{0}$ $\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\sqrt{-17}$

حل

$\sqrt{3}$ غیر نسبتي، حقیقي عدد دی.

-56.85 هغه اعشاري کسر دی چې اعشاري رقمونه یې ختمېږي، نو نسبتي عدد دی.

$\frac{\sqrt{9}}{3}$ مکمل عدد، تام عدد، نسبتي عدد، حقیقي عدد دی.

$\sqrt{10}$ غیر نسبتي عدد دی.

$\frac{3}{0}$ تعریف شوی نه دی، نو حقیقي عدد هم نه دی.

$\sqrt{\frac{1}{4}}$ نسبتي عدد دی.

$\sqrt{-17}$ حقیقي عدد نه دی.

فعالیت

د $2\frac{1}{3}$ او $2\frac{2}{3}$ حقیقي عددونو ترمنځ څو نسبتي عددونه شته دی؟

تمرین

1 - په لاندینیو عددونو کې کوم عدد، نسبتي، غیر نسبتي او یا حقیقي عدد نه دی؟

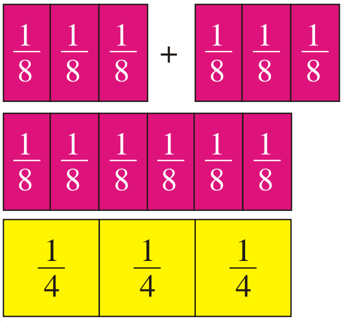
$\sqrt{4}$ $\quad \sqrt{\frac{4}{25}}$ $\quad \sqrt{72}$ $\quad -\sqrt{-2}$

$-\sqrt{36}$ $\quad \sqrt{-4}$ $\quad \sqrt{\frac{16}{-25}}$ $\quad \frac{0}{0}$

2 - لاندیني نسبتي عددونه د اعشاري کسر په شکل ولیکئ.

$\frac{9}{11}$ $\quad \frac{4}{7}$ $\quad \frac{2}{9}$ $\quad \frac{7}{12}$ $\quad \frac{3}{8}$ $\quad \frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{3}$

د نسبتي عددونو د جمعې او تفریق عملیې



ایا $\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ عملیه په شکل کې تطبیقولای شئ.

تاسو د نسبتي عددونو له څلورګونو عملیو سره په اووم ټولګي کې اشنا شوي یاست، د تکرار او د ښه وضاحت لپاره په لنډ ډول ځینې مثالونه راوړو:

لومړی مثال:

$$\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=\frac{3+4}{7}=\frac{7}{7}=1$$

$$\frac{8}{11}-\frac{(-2)}{11}=\frac{8-(-2)}{11}=\frac{8+2}{11}=\frac{10}{11}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=?$$

$$\frac{3\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{15}{20} \quad , \quad \frac{2\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{8}{20}$$

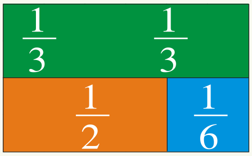
$$\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{15+8}{20}=\frac{23}{20}=1\frac{3}{20}$$

فعالیت

لاندې نسبتي عددونه جمع او تفریق کړئ:

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6}-\frac{5}{9}$ c) $3\frac{1}{2}+7\frac{4}{5}$ d) $7\frac{1}{10}-2\frac{3}{4}$

دویم مثال: د $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$ د تفریق حاصل په شکل کې ګورئ.



$$\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

دریم مثال

$$\frac{6}{19}+\frac{(-25)}{19}=\frac{6}{19}-\frac{25}{19}=\frac{-19}{19}=-1$$

$$\frac{1}{5}+(-\frac{3}{35})+\frac{1}{60}=\frac{84-36+7}{420}=\frac{91-36}{420}=\frac{55}{420}=\frac{11}{84}$$

$$-\frac{3}{8}-\frac{5}{8}=\frac{-3}{8}+\frac{-5}{8}=\frac{-3+(-5)}{8}=\frac{-8}{8}=-1$$

څلورم مثال: که چیرې $t=2\frac{5}{8}$ وي، د $-\frac{1}{8}+t$ قیمت پیدا کړئ.

حل

$$-\frac{1}{8}+2\frac{5}{8}=\frac{-1}{8}+\frac{21}{8}=\frac{-1+21}{8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$$

پنځم مثال: د دوو نسبتي عددونو مجموعه $\frac{11}{21}$ ده، که یو عدد $\frac{-2}{7}$ وي، بل عدد پیدا کړئ.

حل

$$x+(-\frac{2}{7})=\frac{11}{21} \Rightarrow x-\frac{2}{7}=\frac{11}{21} \Rightarrow x=\frac{11}{21}+\frac{2}{7}=\frac{17}{21}$$

شپږم مثال

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{10+3}{15}=\frac{13}{15}$$

$$3\frac{2}{5}+(-3\frac{1}{2})=\frac{17}{5}+(-\frac{7}{2})=\frac{34-35}{10}=-\frac{1}{10}$$

اووم مثال: که $n=-\frac{1}{3}$ وي د $n-\frac{11}{6}$ قیمت پیدا کړئ.

حل

$$-\frac{1}{3}-\frac{11}{16}=\frac{-16-33}{48}=-\frac{49}{48}=-1\frac{1}{48}$$

$$2\frac{2}{5}+9\frac{1}{3}=\frac{12}{5}+\frac{28}{3}=\frac{36+140}{15}=\frac{176}{15}=11\frac{11}{15}$$

فعالیت

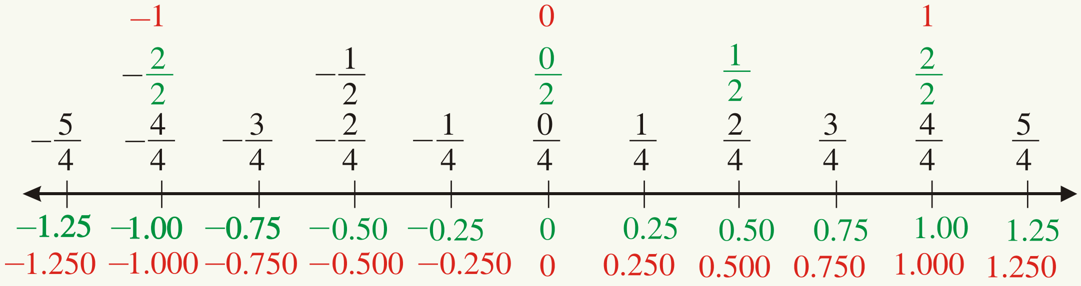
$$15\frac{1}{2}-11\frac{11}{15}=?$$

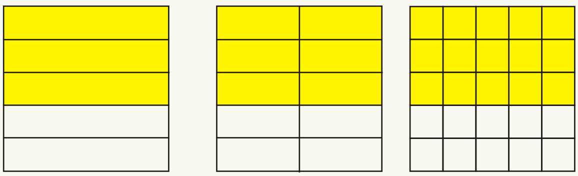
نوټ: معادل کسرونه په شکل کې وګورئ:

$-1.25=-1.250$ $\quad$ $-0.75=-0.750$ $\quad$ $-0.50=-0.0500$

$-0.25=-0.250$ $\quad$ $0.25=-0.250$ $\quad$ $0.50=0.500$

$0.75=0.750$ $\quad$ $1.25=1.250$ $\quad$ $-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$





$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{15}{25}$$

پوښتني

1 - جمع او تفریق یې کړئ:

a) $\frac{8}{11}-\frac{3}{11}$

b) $-\frac{3}{4}+(-\frac{3}{4})$

c) $-0.9+2.5$

d) $-\frac{1}{12}+(-\frac{7}{12})$

e) $-1.7+3.6$

f) $-\frac{7}{10}+(-\frac{3}{10})$

g) $-4+1.3$

h) $-\frac{15}{16}+(-\frac{9}{16})$

i) $\frac{31}{45}-\frac{5}{9}$

j) $-\frac{13}{24}-(-\frac{11}{16})$

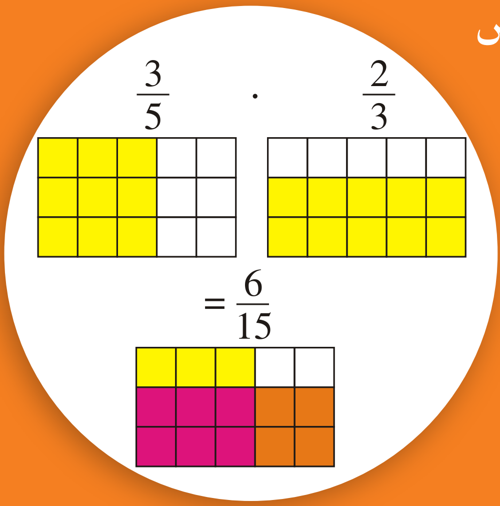
2 - د $\frac{-3}{11}$ له نسبتي عدد څخه کوم عدد تفریق شي چې د تفریق حاصل $\frac{2}{17}$ شي؟

3 - ساده یې کړئ:

$$-\frac{1}{3}+\frac{8}{7}-\frac{2}{21}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}$$

4 - د $\frac{2}{3}$ او $-\frac{5}{6}$ د جمعي حاصل د $-\frac{2}{9}$ او $-\frac{7}{18}$ د جمعي له حاصل څخه تفریق کړئ.

د نسبتي عددونو د ضرب او ويش عمليې

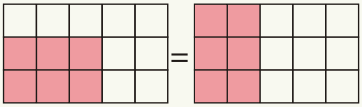


ايا د $\frac{3}{5}$ او $\frac{2}{3}$ نسبتي عددونو د ضرب حاصل په شکل کې تطبيقولای شئ؟

$$6(\frac{2}{3}) = \frac{6 \cdot 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$-4(2\frac{3}{5}) = -4(\frac{13}{5}) = -\frac{52}{5} = -10\frac{2}{5}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې د $\frac{3}{5} . \frac{2}{3}$ د ضرب د حاصل ساده شکل وګورئ.



$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

دويم مثال:

$$(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{5}) = \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{12}(-\frac{12}{5}) = \frac{-60}{60} = -1$$

$$(6\frac{2}{3})(\frac{7}{20}) = (\frac{20}{3})(\frac{7}{20}) = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$(-2.5)(-8) = 20$$

$$-0.07(4.6) = -0.322$$

دريم مثال: که $t = -\frac{2}{3}$ وي، د $-5\frac{1}{2}t$ قيمت پيدا کړئ.

$$(-5\frac{1}{2})(-\frac{2}{3}) = (-\frac{11}{2})(-\frac{2}{3}) = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

فعالیت

که $t = 8$ وي، د $-5\frac{1}{2}t$ قیمت پیدا کړئ

ځلورم مثال:

$(100)(0.1) = 10$

$(10)(0.1) = 1$

$(1000)(0.001) = 1$

$(100)(0.01) = 1$

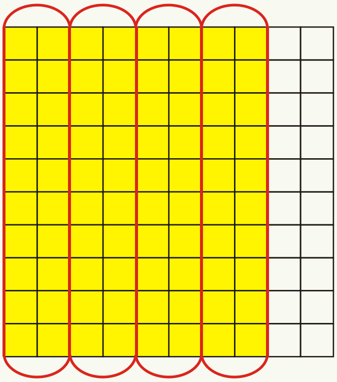
$(0.1)(0.1)(0.1) = 0.001$

$(10000)(0.0001) = 1$

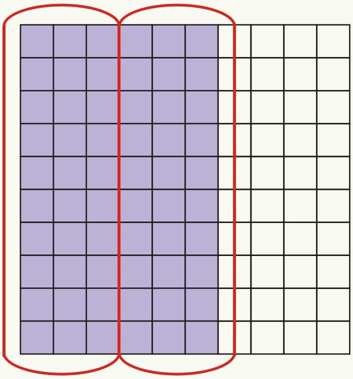
$(0.3)(0.03) = 0.009$

د نسبتي عددونو د وېش عملیه: د یوه نسبتي عدد د ضرب حاصل د هماغه عدد له ضربي معکوس سره د (1) عدد دی.

عدد	ضربي معکوس	د ضرب حاصل
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}(\frac{4}{3}) = 1$
$-\frac{12}{5}$	$-\frac{5}{12}$	$(-\frac{5}{12})(-\frac{12}{5}) = 1$
6	$\frac{1}{6}$	$6(\frac{1}{6}) = 1$



$0.8 \div 4 = 0.2$



$0.6 \div 0.3 = 2$

پنځم مثال:

$$\frac{7}{12}\div\frac{2}{3}=\frac{7}{12}\cdot\frac{3}{2}=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$$

$$3\frac{1}{4}\div 4=\frac{13}{4}\div\frac{4}{1}=\frac{13}{4}(\frac{1}{4})=\frac{13}{16}$$

فعالیت

$$2.92\div 0.4=?$$

شپږم مثال:

$$100\div 0.1=1000=10^{3}$$

$$1000\div 0.01=100000=10^{5}$$

$$10000\div 0.001=10000000=10^{7}$$

$$0.1\div 10=\frac{0.1}{10}=\frac{1}{100}=0.01=10^{-2}$$

$$0.01\div 10=\frac{0.01}{10}=\frac{1}{1000}=0.001=10^{-3}$$

اووم مثال: که چیرې $n = 0.24$ وي، د $\frac{7.2}{n}$ قیمت پیدا کړئ.

$$\frac{7.2}{0.24}=\frac{720}{24}=30$$

که $m=7\frac{1}{2}$ وي، د $m\div\frac{3}{8}$ قیمت پیدا کړئ.

$$7\frac{1}{2}\div\frac{3}{8}=\frac{15}{2}\cdot\frac{8}{3}=\frac{120}{6}=20$$

د نسبتي عددونو خاصیتونه:

د نسبتي عددونو د جمعې د عملیې خاصیتونه:

1 - **د بستګۍ خاصیت:** $\frac{5}{2}$ او $\frac{3}{7}$ نسبتي عددونه دي:

$$\frac{5}{2}+\frac{3}{7}=\frac{35+6}{14}=\frac{41}{14}$$

$\frac{41}{14}$ هم یو نسبتي عدد دی.

2 - د تبديلی خاصيت:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$$
$$\frac{22}{15}=\frac{22}{15}$$

3 -اتحادي خاصيت:

$$(\frac{2}{3}+\frac{3}{4})+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}+(\frac{3}{4}+\frac{1}{2})$$
$$\frac{23}{12}=\frac{23}{12}$$

4 -صفر د جمعې په عمليه کې د عينيت عنصر دی.

$$0+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+0=\frac{3}{4}$$

د نسبتي عددونو د ضرب د عمليې خاصيتونه:

1 -نسبتي عددونه د ضرب د عمليې لاندې هم بسته دي.

د مثال په ډول: $\frac{3}{4}$ او $\frac{5}{7}$ دوه نسبتي عددونه دي $\frac{15}{28}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}$ چې $\frac{15}{28}$ هم يو نسبتي عدد دی.

2 - د نسبتي عددونو د ضرب د عمليې د تبديلی خاصيت:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$$
$$\frac{8}{15}=\frac{8}{15}$$

3 - د نسبتي عددونو د ضرب د عمليې اتحادي خاصيت:

$$(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4})\frac{5}{6}=\frac{2}{3}(\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6})$$
$$\frac{5}{12}=\frac{5}{12}$$

4 - د ضرب توزيعي خاصيت پر جمع باندې:

$$\frac{1}{2}(\frac{2}{3}+\frac{3}{4})=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}(\frac{17}{12})=\frac{2}{6}+\frac{3}{8}$$

$$\frac{17}{24}=\frac{17}{24}$$

5 - د ضرب په عمليه کې (1) عدد د عينيت عنصر دی:

$$\frac{3}{4}\cdot 1=1\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$$

پوښتني

1 - ضرب يې کړئ:

a) $-\frac{1}{3}(-\frac{4}{7})$ b) $\frac{3}{8}(-\frac{7}{10})$ c) $6\frac{2}{5}(\frac{5}{9})$

d) $\frac{5}{12}(-\frac{11}{6})$ e) $-3.1(-4)$ f) $0.04(3.6)$

g) $-7.3(-5)$ h) $-0.15(2.8)$ i) $-0.08(5.2)$

j) $0.5(7.3)$ k) $-4.7(-3)$ l) $-4(1\frac{5}{8})$

m) $-7(3\frac{1}{5})$ n) $-\frac{1}{2}(-\frac{11}{2})$ o) $-2.9(-3)$

p) $-0.02(5.9)$

2 - که $x=-\frac{7}{9}, x=-\frac{3}{8}, x=-4, x=2\frac{1}{3}$ او $x=6$ وي، د $2\frac{3}{4}x$ قيمت پيدا کړئ.

3 - ویې وېشئ:

a) $\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}$ b) $2\frac{1}{4}\div3\frac{2}{5}$ c) $3.72\div0.3$

d) $\frac{-5}{9}\div6$ e) $3.46\div0.9$ f) $14.08\div0.8$

g) $11.128\div0.52$ h) $24\div0.75$ i) $1\div0.1$

j) $10\div0.01$ k) $7.86\div0.006$ l) $3.6864\div0.64$

m) $0.1\div100$ n) $0.1\div0.01$ o) $144\div12$

p) $1.44\div1.2$ q) $144\div1.2$ r) $0.144\div1.2$

s) $14.4\div0.12$ t) $2.56\div1.6$ u) $0.256\div0.16$

v) $0.00256\div1.6$ w) $256000\div0.16$ x) $0.00000256\div16$

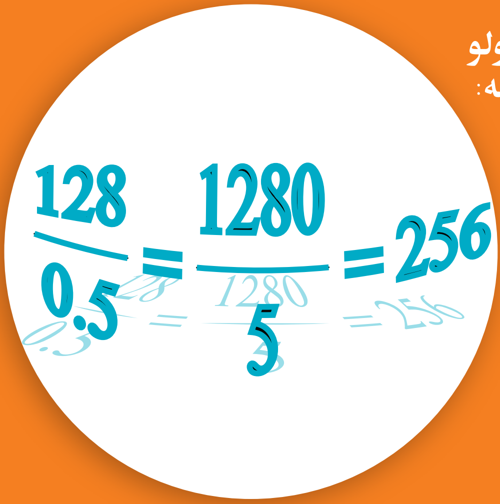
y) $256\div0.0016$

4 - د دوو نسبتي عددونو د ضرب حاصل $-\frac{12}{39}$ دی، که یو نسبتي عدد $\frac{4}{3}$ وي بل عدد یې پیدا کړئ

5 - د 0.1 نسبتي عدد پر کوم عدد ووېشل شي چې د وېش حاصل یې 100 شي؟

6 - د 0.01 نسبتي عدد په کوم عدد ووېشل شي چې د وېش حاصل یې 10000 شي؟

د ورځني ژوند د مسائلو په حلولو کې د کسرونو د استعمال ځایونه:



دکوم عدد 0.5 برخه د 128 له عدد سره مساوي ده؟

لومړي مثال: په یوه ازمونه کې د111 زده کوونکو $\frac{2}{3}$ برخه بریالي شوي دي، د بریالیو او پاتې زده کوونکو شمېر معلوم کړئ.

حل:

بریالي زده کوونکي: $111\times\frac{2}{3}=\frac{222}{3}=74$

پاتې زده کوووونکي: $111-74=37$

دویم مثال: د 3335 د عدد $\frac{3}{5}$ برخه څو کېږي؟

حل:

$$3335\times\frac{3}{5}=2001$$

فعالیت

دکوم عدد $\frac{3}{5}$ برخه 2001 کېږي؟

دریم مثال: دکوم عدد $\frac{2}{3}$ برخه 74 کېږي؟

حل:

$$74\div\frac{2}{3}=74\times\frac{3}{2}=111$$

څلورم مثال: یو لرګي چې 12m اوږدوالی لري که $\frac{3}{4}$ برخه یې په یوه حوض کې ډوب شوي وي، په دې نقطه کې د حوض ژوروالی معلوم کړئ.

حل:

$$12 \times \frac{3}{4} = \frac{36}{4} = 9m$$

پنځم مثال: د احمد د پانګې $\frac{3}{5}$ برخه 81000 ده، د احمد پانګه معلومه کړئ.

حل:

$$81000 \div \frac{3}{5} = 81000 \times \frac{5}{3} = \frac{405000}{3} = 135000$$

فعالیت

د کوم عدد 0.01 برخه د 1000 عدد کېږي.

شپږم مثال: په یوه ښوونځي کې د زده کوونکو $\frac{1}{10}$ برخه د ریاضي په مضمون کې $\frac{1}{8}$ برخه، د بیولوژي په مضمون کې او $\frac{1}{5}$ برخه يې د فزیک په مضمون کې پاتې شوي دي، که د ښوونځي د بریالیو زده کوونکو شمېر 230 تنه وي، ددې ښوونځی د ټولو زده کوونکو شمېر معلوم کړئ.

حل: د مخرجونو کوچنی مشترك مخرج یا کوچنی مشترك مضرب مساوي دی په:

2	10	8	5
5	5	4	5
	1	4	1

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{4+5+8}{40} = \frac{17}{40}$$

$$1 - \frac{17}{40} = \frac{40-17}{40} = \frac{23}{40}$$

د ښوونځي د زده کوونکو $\frac{23}{40}$ برخه 230 تنه دی چې بریالي شوي دي، نو د ښوونځي د ټولو زده کوونکو شمېر مساوي دی په:

$$\frac{23}{40} = 230 \qquad 1 = x$$

$$x = \frac{230}{\frac{23}{40}} = \frac{230 \cdot 40}{23} = 400$$

اووم مثال: احمد 36 لیتره شیدې درلودلې، که ددې شیدو $\frac{1}{12}$ برخه يې محمود، $\frac{1}{9}$ برخه

يې قاسم او $\frac{1}{6}$ برخه يې زلمی ته ورکړې وي او پاتې شيدې يې يو ليتر په 18 افغانيو په يوه دوکاندار پلورلې وي، دوکاندار څو افغانۍ احمد ته ورکړې دي.

حل:

$36\times\frac{1}{12}=3$ د احمد برخه ليتره

$36\times\frac{1}{9}=4$ د محمود برخه ليتره

$36\times\frac{1}{6}=6$ د زلمی برخه ليتره

$3+4+6=13$

$36-13=23$

$23\times18=414$

نو دوکاندار 414 افغانۍاحمد ته ورکړې دي.

اتم مثال: احمد د يوې ځمکې $\frac{3}{8}$ برخه او محمود يې $\frac{5}{12}$ برخه اخيستې ده که پاتې شوې ځمکه قاسم په 31200 اافغانيو اخيستې وي د احمد او محمود د ځمکو قيمت معلوم کړئ.

حل:

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{9+10}{24}=\frac{19}{24}$$

$$1-\frac{19}{24}=\frac{24-19}{24}=\frac{5}{24}$$

په دې معنا چېددې ځمکې $\frac{5}{24}$ برخه قاسم اخيستې ده، چې قيمت يې 31200 افغانۍ دی، نو د ټولې ځمکې قيمت مساوي دی په.

$\frac{5}{24}$ 3120

1 x

$$\Rightarrow x=\frac{31200\cdot 1}{\frac{5}{24}}=\frac{31200\cdot 24}{5}=149760$$

د احمد د ځمکې قيمت:

$$149760\times\frac{3}{8}=56160$$

د محمود د ځمکې قیمت: $149760 \times \frac{5}{12} = 62400$

د قاسم د ځمکې قیمت: $149760 \times \frac{5}{24} = 31200$

نهم مثال: په یوې الوتکه کې 350 مسافر سپاره دي که ددې مسافرو 0.2 برخه ځوانان او د پاتې مسافرو 0.25 برخه ماشومان او د پاتې مسافرو 0.6 برخه سپین ږیري او پاتې مسافر ښځې وي د ښځو شمېر معلوم کړئ.

حل:

ځوانان: $350 \times 0.2 = 70$

$350 - 70 = 280$

ماشومان: $280 \times 0.25 = 70$

$280 - 70 = 210$

سپین ږیري: $210 \times 0.6 = 126$

د ښځو شمېر: $210 - 126 = 84$

لسم مثال: د یوه کلي نفوس 32000 تنه دی، که 0.4 برخه یې سواد لرونکي وي د سواد لرونکو او بې سواده کسانو شمېر معلوم کړئ.

باسواد: $32000 \times 0.4 = 12800$

بی سواد: $32000 - 12800 = 19200$

یوولسم مثال: د کوم عدد 0.2 برخه د 111 عدد دی؟

$$\frac{111}{0.2} = \frac{1110}{2} = 555$$

فعالیت

د کوم عدد $\frac{3}{4}$ برخه 12 کیږي؟ او د کوم عدد 0.1 برخه د 857 عدد کیږي؟

د اعشاري کسر اړول په فیصد او د فیصد تبدیلول په اعشار کسر باندې:

$0.24 = 24\%$

$0.005 = 0.5\%$

$0.36 \times 100 = 36\%$

$0.1 \times 100 = 10\%$

$1.2 \times 100 = 120\%$

$2.01 \times 100 = 201\%$

لومړی مثال: 2% ، 20% ، 80% ، 0.1% او 0.02% په اعشاري کسر واړوئ.

$$2\% = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$0.1\% = \frac{0.1}{100} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$0.02\% = \frac{0.02}{100} = \frac{2}{10000} = 0.0002$$

دویم مثال: که احمد د خپل معاش 0.3 برخه د کور په کرایه کې ورکړي وي احمد د خپل معاش څو فیصده د کور په کرایه کې ورکړي دی؟

$$0.3 \times 100 = 30\%$$

په نتیجه کې احمد د خپل معاش 30% د کور په کرایه کې ورکړی ده.

دریم مثال: که یوه بزګر د خپلې ځمکې په $\frac{3}{4}$ برخه کې غنم او په پاتې ځمکه کې یې جوار کرلي وي، معلوم کړئ چې بزګر د ځمکې په څو فیصده کې غنم او په څو فیصده کې جوار کرلي دي؟

حل:

غنم: $\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$

جوار: $100 - 75 = 25\%$

پوښتني

1 - احمد 500 افغانی درلودلې، که په لومړۍ ورځ یې $\frac{1}{5}$ برخه، په دویمه ورځ یې د پاتې روپو $\frac{1}{2}$ برخه او په دریمه ورځ یې د پاتې روپو $\frac{3}{5}$ برخه مصرف کړې وي اوس احمد څو افغانۍ لري؟

2 - په یوه ښار کې 250000 کسان ژوند کوي، که 0.15 برخه یې پر لیک او لوست پوه وي د هغه کسانو شمېر معلوم کړئ، چې پر لیک او لوست نه پوهېږي.

3 - د 8.7×10^{6} د عدد 0.00001 برخه څو کېږي؟

4 - احمد 72 کتابچې درلودلې، که ددې کتابچو $\frac{5}{9}$ برخه یې محمود ته او محمود د خپلو کتابچو $\frac{3}{5}$ برخه زلمی ته ورکړې وي، د زلمي د کتابچو شمېر پیدا کړئ؟

5 - د A او B د دوو ښارونو ترمنځ فاصله 36km ده، که احمد ددې فاصلې $\frac{7}{9}$ برخه د بایسکل په واسطه او د پاتې فاصلې $\frac{3}{4}$ برخه یې پیاده وهلې وي، اوس د احمد او د B ښار ترمنځ فاصله څومره ده؟

قوسونه او د افادو ساده کول

$$5\frac{6}{7}-\left[2\frac{1}{3}\left\{1\frac{7}{8}\div(5\frac{1}{2}-4\frac{3}{4})\right\}\right]=\frac{1}{42}$$

کولای شئ چې ووایئ د

$$5\frac{6}{7}-\left[2\frac{1}{3}\left\{1\frac{7}{8}\div(5\frac{1}{2}-4\frac{3}{4})\right\}\right]$$

حاصل څو کیږي؟

په ریاضیاتو کې ( ) کوچنی قوس، { } منځنی قوس او [ ] لوی قوس استعمالیږي، چې تر ټولو لومړی ( ) بیا { } او په پای کې [ ] خلاصیږي.

لومړی مثال: ساده یې کړئ.

$$5\frac{6}{7}-\left[2\frac{1}{3}\left\{1\frac{7}{8}\div(5\frac{1}{2}-4\frac{3}{4})\right\}\right]$$

$$=\frac{41}{7}-\left[\frac{7}{3}\left\{\frac{15}{8}\div(\frac{11}{2}-\frac{19}{4})\right\}\right]=\frac{41}{7}-\left[\frac{7}{3}\left\{\frac{15}{8}\div\frac{22-19}{4}\right\}\right]$$

$$=\frac{41}{7}-\left[\frac{7}{3}\left\{\frac{15}{8}\div\frac{3}{4}\right\}\right]=\frac{41}{7}-\left[\frac{7}{3}\left\{\frac{15}{8}\cdot\frac{4}{3}\right\}\right]=\frac{41}{7}-\left[\frac{7}{3}\cdot\frac{5}{2}\right]$$

$$=\frac{41}{7}-\frac{35}{6}=\frac{246-245}{42}=\frac{1}{42}$$

دویم مثال: ساده یې کړئ.

$$1\frac{5}{6}\div\left[3\frac{1}{9}\div\left\{1\frac{1}{8}\cdot1\frac{1}{8}+(3\frac{2}{3}-2\frac{7}{12})\right\}\right]$$

$$=\frac{11}{6}\div\left[\frac{28}{9}\div\left\{\frac{9}{8}\cdot\frac{10}{9}+(\frac{11}{3}-\frac{31}{12})\right\}\right]$$

$$=\frac{11}{6}\div\left[\frac{28}{9}\div\left\{\frac{5}{4}+\frac{13}{12}\right\}\right]=\frac{11}{6}\div\left[\frac{28}{9}\div\left\{\frac{15+13}{12}\right\}\right]$$

$$=\frac{11}{6}\div\left[\frac{28}{9}\div\frac{28}{12}\right]=\frac{11}{6}\div\left[\frac{28}{9}\cdot\frac{12}{28}\right]$$
$$=\frac{11}{6}\div\frac{4}{3}=\frac{11}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{33}{24}=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$$

دریم مثال: ساده یې کړئ.

$$0.4[1.45-\{0.37\div(1.35+3.25-2.75)\}]$$
$$=0.4[1.45-\{0.37\div(4.60-2.75)\}]$$
$$=0.4[1.45-\{0.37\div 1.85\}]$$
$$=0.4[1.45-0.2]=(0.4)(1.25)=0.5$$

فعالیت

ساده یې کړئ.

$$5.321-[3.07-\{5.269-(4.02+2.39-3.75)\}]$$

ځواب:

(4.859)

څلورم مثال:

$$5a-\{6a-(7a-4a)\}$$
$$=5a-\{6a-(3a)\}=5a-3a=2a$$

که قوسونه موجود نه وي او په افاده کې دوه او یا له دوو څخه زیاتې اساسي عملیې موجود وي، د وېش، ضرب، جمعې او تفریق عملیې په ترتیب سره له کیڼ لوري څخه وښي لوري ته سرته رسېږي چې دا ترتیب د(DMAS)په نامه یادېږي؛ د مثال په توګه:

$$18+6-5\times2+11-3=18+6-10+11-3$$
$$=18+6+11-10-3=35-13=22$$

$$48\div16\times3=3\times3=9$$

که دا افاده قوس هم ولري $48\div(16\times3)=48\div48=1$ کېږي.

په عمومي توګه که په افاده کې قوسونه هم وي د(BODMAS) په ترېب ساده کېږي، B له Brackets(قوس)، O د Operation(عملیه)، D د Division(تقسیم)، M له

Multiplication(ضرب)، A له Addition(جمع) او S له Subtraction(تفریق) څخه اخیستل شوي دي.

مثالونه: ساده یې کړئ:

a) $144 \div 8 \times 6 = 18 \times 6 = 108$

b) $25 - 42 \div 7 \times 2 + 45 \div 3 \times 5 - 5 \times 9 \div 3 \times 2$

$25 - 6 \times 2 + 15 \times 5 - 5 \times 3 \times 2 = 25 - 12 + 75 - 30$

$(25 + 75) - (12 + 30) = 100 - 42 = 58$

c) $12 \div 3\left[-4 + 8\left\{-3 + 2(-7 + 10) + 3(8 - 2)\right\} - 1\right]$

$12 \div 3\left[-4 + 8\left\{-3 + 2 \times 3 + 3 \times 6\right\} - 1\right]$

$12 \div 3[-4 + 8\{-3 + 6 + 18\} - 1]$

$12 \div 3[-4 + 8\{24 - 3\} - 1]$

$12 \div 3[-4 + 8 \cdot 21 - 1]$

$12 \div 3[168 - 5]$

$12 \div 3 \cdot 163$

$4 \cdot 163 = 652$

پوښتني

ساده یې کړئ:

a) $1.18 \div [3.45 - \{1.21 \div (5.69 - 3.27\}] = ?$

b) $0.42 \div [8.35 - \{1.5(1.9 + 3.4)\}] = ?$

c) $5.321 - [3.071 - \{5.269 - (4.02 + 2.39 - 3.75)\}]$

d) $4\frac{5}{6} - (3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}) - (5\frac{4}{9} - 4\frac{2}{3}) = ?$

e) $4\frac{1}{2} - \left\{1\frac{1}{4} + \frac{7}{8} - (3\frac{9}{16} - 1\frac{3}{4}\right\} = ?$

f) $25 \div 5 \times 3 + 4$

g) $319 + 40 \div 8$

h) $4 - [-5 + \{-4 + (-5 + 4) - 5\} + 4] - 5$

$$(-\frac{5}{7})^5 = \frac{-3125}{16807}$$

د نسبتي عددونو د طاقت قوانین(که توانونه مثبت عددونه وي)

$(-\frac{3}{4})^4$ څو کېږي؟

لومړی قانون: که a يو نسبتي عدد او n,m تام مثبت عددونه وي، نو $a^m \times a^n = a^{m+n}$

لومړی مثال:

$$(\frac{3}{4})^2(\frac{3}{4})^5 = \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = (\frac{3}{4})^{2+5} = (\frac{3}{4})^7$$

$$(-\frac{1}{2})^2(-\frac{1}{2})^3(-\frac{1}{2})^5 = (-\frac{1}{2})^{2+3+5} = (-\frac{1}{2})^{10}$$

دويم قانون: که a د صفر خلاف يو نسبتي عدد او n,m تام مثبت عددونه او m>n وي، نو:

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

دويم مثال:

$$4^3 \div 4^2 = \frac{4^3}{4^2} = \frac{4\cdot4\cdot4}{4\cdot4} = 4^{3-2} = 4$$

$$(-3)^4 \div (-3)^2 = \frac{(-3)^4}{(-3)^2} = (-3)^{4-2} = (-3)^2 = 9$$

$$(-\frac{2}{9})^8 \div (-\frac{2}{9})^5 = (-\frac{2}{9})^{8-5} = (-\frac{2}{9})^3 = (-\frac{2}{9})(-\frac{2}{9})(-\frac{2}{9}) = -\frac{8}{729}$$

فعالیت

$$(\frac{3}{5})^3(\frac{3}{5})^2 = ?$$

دریم قانون: که a د صفر خلاف یو نسبتي عدد وي او n,m تام مثبت عددونه او n>m وي:

$$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}} = \frac{a^m}{a^n}$$

دریم مثال:

$$3^2 \div 3^5 = \frac{3^2}{3^5} = \frac{3\cdot 3}{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3} = \frac{1}{3\cdot 3\cdot 3} = \frac{1}{3^{5-2}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{(-\frac{5}{9})^2}{(-\frac{5}{9})^5} = \frac{1}{(-\frac{5}{9})^{5-2}} = \frac{1}{(-\frac{5}{9})^3} = \frac{1}{-\frac{125}{729}} = -\frac{729}{125}$$

څلورم قانون: که a او b نسبتي عددونه او m تام مثبت عدد وي:

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m$$

څلورم مثال:

$$(\frac{1}{3})^4 (\frac{5}{20})^4 = (\frac{5}{60})^4 = (\frac{1}{12})^4 = \frac{1}{(12)^4}$$

پنځم قانون: که a یو نسبتي عدد او n,m تام مثبت عددونه وي، نو:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

پنځم مثال:

$$(2^2)^3 = 4^3 = 64$$

فعالیت

$\left[(-\frac{1}{3})^3\right]^2$ ساده کړئ.

د طاقت قوانین په هغه صورت کې، چې توانونه یې تام منفي عددونه او یا صفر وي:

ومو لیدل چې د $\frac{p}{q}$ د نسبتي عدد ضربي معکوس $\frac{q}{p}$ دی او یا د $\frac{p}{q}$ ضربي معکوس د $(\frac{p}{q})^{-1}$ په شکل ښودل کېږي؛ نو:

$$(\frac{p}{q})^{-1}=\frac{q}{p}$$

$$4^{-1}=(\frac{4}{1})^{-1}=\frac{1}{4} \qquad (-3)^{-1}=(\frac{-3}{1})^{-1}=-\frac{1}{3}$$

په عمومي ډول که x د صفر خلاف یو نسبتي عدد وي $x^{-1}=\frac{1}{x}$ دی د 4^{-2} ضربي معکوس

4^{2} او د 7^{-3} ضربي معکوس 7^{3} دی او بالاخره د x^{-n} ضربي معکوس x^{n} دی.

$$x^{-n}=\frac{1}{x^{n}}$$

لومړی قانون: که x د صفر خلاف یو نسبتي عدد او n تام مثبت عدد وي؛ نو د x^{-n} ضربی

معکوس x^{n} دی $(x^{-n}=\frac{1}{x^{n}})$

لومړی مثال: د $(\frac{11}{13})^{-4}$, $(-\frac{31}{41})^{-5}$ نسبتي عددونو ضربي معکوسونه پیدا کړئ.

د $(\frac{11}{13})^{-4}$ ضربي معکوس له $(\frac{11}{13})^{4}$ څخه عبارت دی. او د $(\frac{-31}{41})^{-5}$ ضربي معکوس له

$(\frac{-31}{41})^{5}$ څخه عبارت دی.

دویم قانون: که a د صفر خلاف یو نسبتي عدد او n,m تام مثبت یا منفي عددونه وي:

$$a^{m}\times a^{n}=a^{m+n}$$

دویم مثال:

$$(4^{9})(4^{-7})=(4^{9})(\frac{1}{4^{7}})=\frac{4^{9}}{4^{7}}=4^{9-7}=4^{2}=16$$

$$(-\frac{2}{5})^{6}(-\frac{2}{5})^{-3}=(-\frac{2}{5})^{6}(\frac{1}{(-\frac{2}{5})^{3}})=\frac{(-\frac{2}{5})^{6}}{(-\frac{2}{5})^{3}}=(-\frac{2}{5})^{6-3}=(-\frac{2}{5})^{3}=-\frac{8}{125}$$

فعالیت

$$(\frac{2}{5})^{-3}(\frac{2}{5})^{8}(\frac{2}{5})^{-5}=?$$

دریم مثال:

$$(-\frac{7}{9})^5 \div (-\frac{7}{9})^3 = (-\frac{7}{9})^{5-3} = (-\frac{7}{9})^2 = \frac{49}{81}$$

څلورم مثال: وښیاست چې $\left\{(-\frac{5}{3})^{15}(-\frac{5}{3})^{-8}\right\} \div (-\frac{5}{3})^6 = -\frac{5}{3}$ دی.

حل:

$$\left\{(-\frac{5}{3})^{15}(-\frac{5}{3})^{-8}\right\} \div (-\frac{5}{3})^6 = (-\frac{5}{3})^{15-8} \div (-\frac{5}{3})^6 = (-\frac{5}{3})^7 \div (-\frac{5}{3})^6$$

$$= (-\frac{5}{3})^{7-6} = -\frac{5}{3}$$

دریم قانون: که a د صفر خلاف یو نسبتي عدد او n,m مثبت یا منفي تام عددونه وي، نو:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{یا} \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$a^m \div a^n = a^m(\frac{1}{a^n}) = (a^m)(a^{-n}) = a^{m-n}$$

پنځم مثال:

$$2^{-3} \div 2^{-5} = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$$

$$5^2 \div 5^{-1} = 5^{2+1} = 5^3 = 125$$

$$(-\frac{1}{3})^{-2} \div (-\frac{1}{3})^2 = (-\frac{1}{3})^{-2-2} = (-\frac{1}{3})^{-4} = \frac{1}{(-\frac{1}{3})^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81$$

فعالیت

$$(-\frac{1}{4})^{-3} \div (-\frac{1}{4})^3 = ?$$

څلورم قانون: که a یو نسبتي عدد او n,m مثبت یا منفي تام عددونه وي، نو:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

شپږم مثال:

$$\left[(-\frac{3}{4})^{-2}\right]^{3}=(-\frac{4}{3})^{6}$$

$$\left[(\frac{5}{7})^{3}\right]^{-4}=(\frac{5^{3}}{7^{3}})^{-4}=(\frac{7^{3}}{5^{3}})^{4}=\frac{7^{12}}{5^{12}}=(\frac{7}{5})^{12}$$

$$\left[(\frac{3}{7})^{-2}\right]^{-3}=(\frac{3}{7})^{6}$$

فعالیت

$$\left[(-\frac{4}{5})^{-3}\right]^{-5}=?$$

پنځم قانون: $a^{0}=1$ دی (که a خلاف د صفر یو نسبتي عدد وي)

$$(a^{n})(a^{-n})=a^{n-n}=a^{0}$$

په داسې حال کې چې a مثبت یا منفي نسبتي عدد وي.

$$(a^{n})(a^{-n})=(a^{n})(\frac{1}{a^{n}})=1 \Rightarrow a^{0}=1$$

همدرانګه: $(ab)^{m}=(a^{m})(b^{m})$

که a او b د صفر خلاف نسبتي عددونه او m تام عدد وي.

څه وخت چې m یو تام مثبت عدد وي، نو $m=-n$ دی که n یو تام مثبت عدد وي.

$$(ab)^{m}=(ab)^{-n}=\frac{1}{(ab)^{n}}=(\frac{1}{a^{n}})(\frac{1}{b^{n}})=(a^{-n})(b)^{-n}=(a^{m})(b)^{m}$$

که $m=0$ وی

$$(ab)^{0}=1 \quad , \quad a^{0}=1 \quad , \quad b^{0}=1 \Rightarrow m=0$$

اووم مثال:

$$(-2x)^{-2}=\frac{1}{(-2x)^{2}}=\frac{1}{(-2)^{2}x^{2}}=\frac{1}{4x^{2}}$$ جفت توان

$$(-2x)^{-3}=\frac{1}{(-2x)^{3}}=\frac{1}{(-2)^{3}x^{3}}=\frac{1}{-8x^{3}}=-\frac{1}{8x^{3}}$$ طاق توان

پوښتني

1 - ساده يې کړئ.

a) $(\frac{2}{5})^2(-\frac{3}{2})^3$

b) $(-\frac{2}{3})^4(-\frac{3}{4})^3$

c) $(\frac{1}{9})^2 \div (-\frac{1}{3})^2$

d) $(-\frac{1}{2})^4(-\frac{1}{2})^3$

e) $(-\frac{2}{3})^2(-\frac{2}{3})^3$

f) $\left[(\frac{2}{3})^4\right]^2$

g) $\left[(-\frac{5}{7})^3\right]^5$

h) $(-\frac{5}{7})^4(-\frac{5}{7})^{-3}(\frac{7}{5})^2$

i) $(-\frac{2}{3})^3(\frac{3}{2})^5 \div (\frac{3}{2})^2$

j) $(\frac{5}{3})^{-1} + 10^{-1} + (\frac{15}{7})^{-1}$

k) $\left[8^{-1} - (\frac{2}{3})^{-1}\right]^{-1}$

l) $-(-\frac{1}{3})^{-7}(3^5)$

m) $(4^2)^3(\frac{1}{2})^2 \div 8^{-3}$

n) $-(-\frac{1}{2})^{-3}(2^{-7})$

2 - $2^{-5} = ?$

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{32}$ c) $-\frac{1}{32}$ d) $\frac{-1}{10}$

3 - $8.1 \times 10^{-5} = ?$

a) 8100000 b) 0.000081 c) 810000 d) 0.0000081

د عدد د ليکلو علمي طريقه

Scientfiic Notation

د ځمکي کتله

5980000000000000000000 مېټريک

ټنه ده ايا دا عدد د عدد ليکلو په علمي طريقه

ليکلای شئ؟

$$1.2 = 0.12\times10 = 0.012\times10^2$$
$$= 0.0012\times10^3 = 0.00012\times10^4 = \ ...$$
$$12\times10^{-1} = 120\times10^{-2} = 1200\times10^{-3}$$

يو عدد د عدد ليکلو په علمي طريقه د $K\times10^n$ په شکل ليکل کېږي، په دې ډول چې $1\le K<10$ دی او n يو تام عدد دی.

مثال:

عددونه		د عدد د ليکلو علمي طريقه
875000	$=$	8.75×10^5
87500	$=$	8.75×10^4
8750	$=$	8.75×10^3
875	$=$	8.75×10^2
87.5	$=$	8.75×10^1
8.75	$=$	8.75×10^0
0.875	$=$	8.75×10^{-1}
0.0875	$=$	8.75×10^{-2}
0.00875	$=$	8.75×10^{-3}
0.000875	$=$	8.75×10^{-4}

نتیجه په لاس راځي:

1 - که راکړل شوی عدد له 10 څخه لوی او یا ورسره مساوي وي، نو د (10) توان مثبت دی.

لکه: $56.8 = 5.68\times10^{1}$

2 -که راکړل شوی عدد له (1) څخه لوی او یا ورسره مساوي او له (10) کوچنی وي، نو د (10) توان صفر دی. لکه: $5.68 = 5.68\times10^{0}$

3 - که راکړل شوی عدد له(1) څخه کوچنی وي، نو د (10) توان منفي تام عدد دی.

لکه: $0.568 = 5.68\times10^{-1}$

دویم مثال: لاندې عددونه د عدد لیکلو په علمي طریقه ولیکئ.

$$5370000 = 5.370000\times10^{6} = 5.37\times10^{6}$$

$$89573850123 = 8.9573850123\times10^{10}$$

$$0.98392051 = 9.8392051\times10^{-1}$$

$$0.00000000002 = 2\times10^{-11}$$

$$8.53427501 = 8.53427501\times10^{0}$$

$$63.52893 = 6.352893\times10^{1}$$

$$8253\times10^{-4} = 8.523\times10^{3}\times10^{-4} = 8.253\times10^{-1}$$

فعالیت

لاندې عددونه د عدد لیکلو په علمي طریقه ولیکئ:

a) 0.0012 b) 10.0101 c) 23.567

d) 22.52×10^{-18} e) 23 f) 823.97×10^{43}

دریم مثال: په اوسط ډول له لمر څخه د ځمکې فاصله 1.5×10^{8} km ده، که د لمر سرعت 3×10^{5} km/sec وي د ساعت په حساب هغه تقریبي وخت معلوم کړئ چې د لمر وړانګه په کې ځمکې ته رارسېږي خپل ځواب د عدد لیکلو په علمي طریقه ولیکئ:

حل:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1.5\times10^{8}}{3\times10^{5}}\sec = \frac{10^{8-5}}{2}\sec = \frac{10^{3}}{2}\sec = 500\sec = 5\times10^{2}\sec$$

$$1\text{hr} = 60\times60\sec = 3600\sec = 3.6\times10^{3}\sec$$

$$5\times10^{2}\ \text{sec}=\frac{5\times10^{2}}{3.6\times10^{3}}h=\frac{50}{36\times10}=\frac{5}{36}h=0.139h=1.39\times10^{-1}\ \text{hr}$$

پوښتني

1 - لاندې عددونه د عدد ليکلو په علمي طريقې وليکئ.

a) 346×10^{9} b) 23456392×10^{0}

c) 0.001×10^{-5} d) 23.01×10^{3}

e) 0.4342×10^{-19} f) 35.8

g) 935×10^{4} h) 94.1×10^{5}

i) 0.00035×10^{11}

2 - لاندني عددونه د عدد ليکلو په علمي طريقه وليکئ:

د نور سرعت په خلاکې $299792.5\text{km}/\text{sec}$ دی.

د ځمکې څخه د لمر منځنی واټن 150000000km دی.

د ځمکې اوسط کتله 5980000000000000000000 متريک ټنه ده.

د سپوږمۍ تقريبي فاصله له ځمکې څخه 380000km ده.

د يو اتوم قطر 0.000000015cm دی.

يو مايکرون $\frac{1}{1000000}\text{m}$ دی.

د ښېرکي مهم ټکي

• هغه عددونه چې د $\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ چې p او q تام عددونه دي) په شکل ولیکل شي، نسبتي عددونه دي.

• متوالي اعشاري کسرونه او هغه اعشاري کسرونه چې اعشاري رقمونه یې ختمېږي، نسبتي(ناطق) عددونه دي.

• د طاقت قوانین: که چیرې a او b د صفر خلاف حقیقي عددونه وي، m او n تام عددونه وي، نو:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ c) $(a^m)^n = a^{mn}$

d) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ e) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ c) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

• که a او b دوه نسبتي(ناطق) عددونه وي $a+b,\ a-b$ او ab نسبتي(ناطق) عددونه دي.

• $a \div b$ نسبتي(ناطق) عدد دی که $(b \neq 0)$ وي.

• $a+b=b+a$ او $ab=ba$ دی.

• $a-b \neq b-a$ که $(a \neq b)$ وي.

• $a \div b \neq b \div c$ اگر $a \neq b$ او $a \neq 0$ او $b \neq 0$ وي.

• که a یو نسبتي عدد وي، نو:

$a+0=0+a=a$

$a \times 0 = 0 \times a = 0$

$a \div 1 \neq 1 \div a$

• د b, a اوc دریو نسبتي عددونو لپاره:

$(a+b)+c = a+(b+c)$

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$ که $c \neq 1$ وي.

$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

$(a-b) \div c = (a \div c) - (b \div c) - (b \div c)$ اگر $c \neq 0$ وي.

• د $\frac{p}{q}$ $(q \neq 0)$ نسبتي عدد معکوس له $\frac{q}{p}$ $(p \neq 0)$ څخه عبارت دی.

• که $a = \frac{p}{q}$ یو نسبتي عدد وي، نو د a ضربي معکوس د a^{-1} په شکل ښودل کېږي او $a^{-1} = \frac{q}{p}$ دی.

• که a د صفر خلاف نسبتي عدد وي، نو $(a^{-1})^{-1} = a$ دی.

• صفر معکوس نه لري.

• $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$

• د دوو نسبتي عددونو ترمنځ بې شمېره نسبتي عددونه شته دی.

• لوی او کوچني عددونه د $k \times 10^n$ په شکل چې k مکمل عدد دی، لیکلای شو. په دې ډول چې $1 \leq k < 10$ (k مکمل عدد دی) چې دې طریقې ته د عدد لیکلو علمي طریقه وایي.

• که b, a او c نسبتي عددونه وي، نو:

$$a \div b \neq b \div a$$

$$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

$$a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$$

$$a \div (b - c) \neq (a \div b) - (a \div c)$$

• د افادو په ساده کولو کې لومړی ( ) بیا { } او په پای [ ] قوس خلاصوو.

• اساسي عملیو په سرته رسولو کې له کیڼي خوا څخه په ترتیب سره د وېش، ضرب جمعي او تفریق عملیې سرته رسېږي.

د څپرکي پوښتنې

1- ساده یې کړئ:

a) $10+\frac{8}{9}$

b) $\frac{7}{-4}+(\frac{-5}{6})+\frac{17}{20}+2$

c) $-\frac{1}{6}+\frac{3}{14}+(-\frac{3}{7})$

d) $\frac{2}{3}+(\frac{11}{15})+\frac{3}{20}+\frac{1}{-5})$

e) $-\frac{1}{3}+\frac{8}{7}-\frac{2}{21}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}$

f) $0.01-0.75+2.25-1.1+12$

2-لاندې کسرونه د اعشاري کسرونو په شکل ولیکئ.

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{11}$, $-\frac{33}{20}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{12}$

3-جمع یې کړئ:

a) $-3.4+1.8$

b) $\frac{-3}{4}+(-\frac{3}{4})$

c) $-0.9+2.5$

d) $-\frac{1}{12}+(-\frac{7}{12})$

4- که $x=1$ وي، د $-\frac{3}{5}+x$ قیمت پیدا کړئ.

5- په لاندې مساواتونوکې د نسبتي عددونو هر خاصیت یې ورته مخامخ ولیکئ.

a) $\frac{9}{11}+\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\frac{9}{11}$

b) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$

c) $2+(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})=(2+\frac{1}{2})+\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{5}(\frac{1}{2}\times\frac{1}{7})=(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2})\frac{1}{7}$

e) $\frac{2}{3}(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})=(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4})+(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5})$

f) $\frac{2}{3}+0=0+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$

6-ساده یې کړئ:

a) $220-64\div 2$

b) $(-8)\times(-5)\div 5-5$

c) $4[28\div\{-8+3(5-7)\}]$

7- وښیاست:

$\frac{3}{4}+(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5})\neq(\frac{3}{4}+\frac{1}{2})(\frac{3}{4}+\frac{1}{5})$

8- ضرب یې کړئ:

a) $(0.5)(-0.5)(-0.5)$ b) $500\times(0.01)$

c) 2000×0.001 d) $\frac{2}{8}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{2}\cdot\frac{4}{3}$

e) $(1.6)(1.6)$ f) $(-0.25)(-0.25)$

9- که $n = 0.24$ وي، د $\frac{7.2}{n}$ قیمت پیدا کړئ.

10- ویې وېشئ:

a) $11.128\div0.52$ b) $10.86\div0.6$

c) $0.1\div0.01$ d) $0.1\div0.0001$

11- ساده یې کړئ

a) $\left\{(\frac{3}{2})^4\div(\frac{9}{4})^2\right\}\div(\frac{5}{6})^2$ b) $(-\frac{2}{3})^3\div(\frac{4}{-5})^2-(-\frac{1}{5})^3\div(\frac{-1}{5})^2$

c) $(\frac{1}{4})^{-1}$ d) $(\frac{2}{5})^{-2}$

e) $(-\frac{1}{3})^{-3}$ f) $(81)^{\frac{-3}{2}}$

12- لاندني عددونه د عدد لیکلو په علمي طریقه ولیکئ.

a) 0.00000002 b) 0.9839 c) 52.8×10^{11}

d) 0.00001 e) 0.00512 f) 6.456

g) 73.89 h) 411.5×10^{-11}

13- هغه نسبتي عدد، چې صورت یې 3^2+2^3 او مخرج یې 3^2+2^2 وي، عبارت دی له:

a) $\frac{17}{13}$ b) $\frac{12}{31}$ c) $\frac{15}{13}$ d) $\frac{17}{31}$

14- د $\frac{0.12}{12}$ نسبتي عدد مساوي دی، په:

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{1}$ c) $\frac{1}{100}$ d) $\frac{10}{1}$

15- د $\frac{13}{11}$ نسبتي عدد مساوي دی، په:

a) $11.\overline{8}$ b) $1.1\overline{8}$ c) $1.\overline{18}$ d) هیڅ یو

16- د $8.597\times26.523+3.477\times8.597$ قیمت مساوي دی په:

a) 256.19　　b) 257.19　　c) 256.91　　d) 257.91

17- $[(\frac{2}{3})^3]^4$ عدد مساوي دی په:

a) $(\frac{2}{3})^{81}$　　b) $(\frac{2}{3})^{12}$　　c) $(\frac{2}{3})^{7}$　　d) $(\frac{2}{3})^{34}$

18- $(-\frac{5}{7})^{-1}$ مساوي دی په:

a) $-\frac{7}{5}$　　b) $\frac{5}{7}$　　c) $\frac{7}{5}$　　d) $-\frac{5}{7}$

19- $(-\frac{27}{31})^{-7} \div (-\frac{27}{31})^{-5}$ مساوي دی په:

a) $(-\frac{27}{31})^{-12}$　　b) $(\frac{27}{31})^{-12}$　　c) $(-\frac{27}{31})^{2}$　　d) $(-\frac{27}{31})^{-2}$

20- په لاندې نسبتي عددونو کې هغه کوم عدد چې اعشاري رقمونه يې ختمېږي:

a) $\frac{1}{16}$　　b) $\frac{1}{12}$　　c) $\frac{1}{25}$　　d) $\frac{1}{40}$

21-په لاندنيو عددونو کوم عدد، نسبتي عدد نه دي؟

a) $\frac{2}{3}$　　b) 2.020020002　　c) $2.\overline{52}$　　d) 7.9

22- د $\frac{1}{8}$ عدد مساوي دی په:

a) 0.125%　　b) 125%　　c) 12.5%　　d) 45%

23-د $\frac{4}{5}$ عدد مساوي دی په:

a) 40%　　b) 80%　　c) 50%　　d) 45%

24- د 0.05 عدد مساوي دی په:

a) 0.5%　　b) 0.05%　　c) 50%　　d) 5%

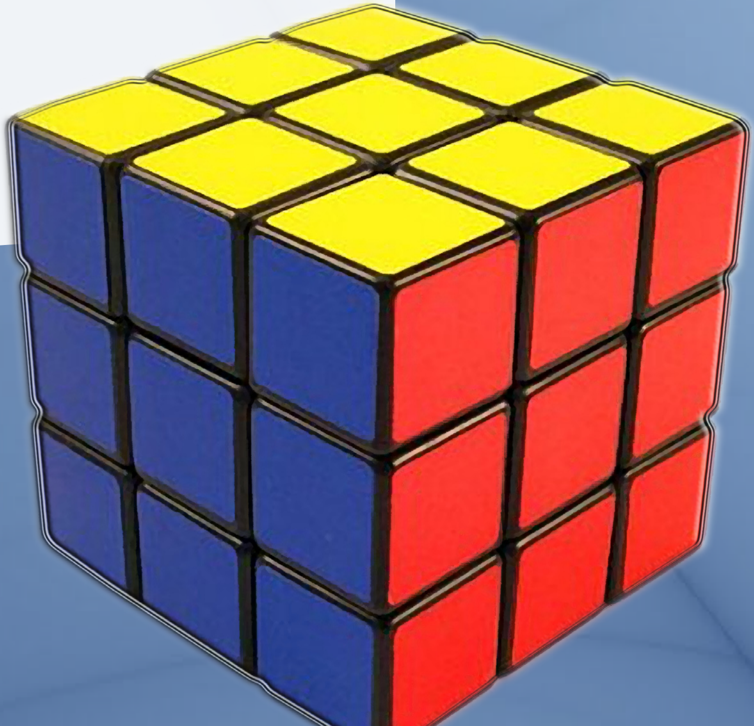
دويم څپركى

پولينوم

پولينوم(Polynome)

يا (Polynomial)

$$(3x^2+5x+2)+(5x+6)$$
$$=3x^2+5x+2+5x+6$$
$$=3x^2+5x+5x+6+2$$
$$=3x^2+10x+8$$



الجبري افادې
(Algebraic Expressions)

ایا ویلای شئ چې په $\frac{x^4-1}{x^2}$ ، $x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y^2}{x}+y^3$ او $\sqrt{y^2+1}$ الجبري افادو کې کومه یوه ناطقه اوکومه یوه غیر ناطقه ده؟

متحول او ثابت (Variable and Constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول، که:

$A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې دکوچنیو تورو، لکه x, y, z او نورو په واسطه ښودل کیږي.

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کېدای نشي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي.

پر حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, b c\ldots$ او نور هم د ثابتو عددونو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): الجبري افاده هغه ده چې له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ:

$5\sqrt{x}$ ، $4x+5+\frac{15}{t^2}$ ، $\sqrt{3}x$ ، x^2-x+1 ، x ، -12 ، 12 او داسې نور.

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته ضریب (Coefficient) وایی. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^5y^5$ او $15x^5y^5$ مشابه حدونه (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

1- **پولینومي الجبري افادې** (Polynomial algebraic expressions)

پولینوم: هغه یوه یا څو حده الجبري افاده، چې د متحولونو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي، پولینوم نومیږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$، $x-1$، 12 او نور پولینومونه دي، خو $x^{-2}+x-1$، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولینومونه، نه دي، یا د پولینوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه یې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په $a)\sqrt{2}x$, $b)2\sqrt{x}$, $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$, $d)x^{\frac{1}{2}}$, $e)x^{-3}+x^2$ $f)8p^2+p^{2.2}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$, $h)88$, $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h,a او i پولینومونه دي، خو b, c, d, e, f او g پولینومونه، نه دي. په یاد ولرئ چې هر پولینوم، یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولینوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ یوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولینوم نه دی.

12 هم یو پولنیوم دی، ځکه: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شامل دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولینومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او -3 د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولینوم د یو توري په واسطه لکه P ښودل کیږي، یو پولینوم، چې له یو متحول څخه جوړ شوی وي،

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضريبونه او حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ وي، نو n د پولينوم درجه ده.

فعاليت

له -8، $-8x^2$، $\sqrt{8x^3}$، $\frac{1}{x}$، x، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که يوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q \neq 0)$ په شکل وليکلای شو چې p او q پولينومونه وي، داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وايي. د مثال په ډول $x^2 - \frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4 - 1}{x^2}$ په شکل يې هم ليکلای شو، چې يو متحول لري، يوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته يو مخرج ورکولای شو، نو $(x^2 - 1)$ هم يوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه $\frac{x^2 - 1}{1} = x^2 - 1$ دی.

3- غير ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې يوې الجبري افادې ته، چې د دوو پولينومونو د خارج قسمت په بڼه يې نه شو ليکلای، غير ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 5}}$ او $\sqrt{y^2 + 1}$ د غير ناطقو الجبري افادو

مثالونه دي.

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

پوښتنې

1- په لاندې الجبري افادو کې کومه یوه ناطقه، غیر ناطقه او پولینومي الجبري افاده ده؟

$$\frac{1}{x} \; , \; \sqrt{x}-\frac{1}{2} \; , \; \frac{3x^2}{2} \; , \; \frac{m+3}{6} \; , \; x+\frac{1}{x} \; , \; 3x^2+\frac{xy}{2}$$ او 13

2- په لاندې الجبري افادو کې کومه یوه یې یو پولینوم او کومه یوه یې پولینوم نه دی؟

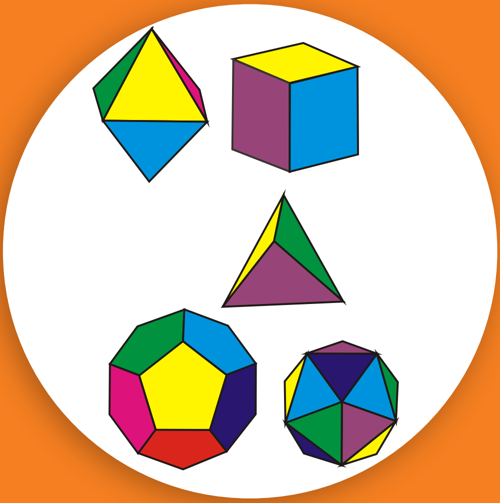
$$3x^2+\frac{xy}{2} \; , \; -20a^3b+28ab^4 \; , \; \frac{1}{7}x^3-x \; , \; 3x$$

$$\frac{1}{x}-\frac{x^2}{5} \; , \; 8\sqrt{x} \; , \; 8x^{-8} \; , \; 3x \; , \; -0.03 \; , \; \sqrt{8}x^8$$

3. د $Px^4-ax^3+bx^2+cx+d$ په پولینوم کې، a_1, a_2, a_3, a_n او a_0 وښیاست.

4. د $P(x)=\frac{x^3}{2}-2x^2-1$ په پولینوم کې، a_1, a_2, a_3 او a_0 وښیاست.

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه



ایا ویلای شئ چې د: $12y^5x^3 + x^4y^3$، $12x^3$، $-x^2 - x$ او

12 د پولینومونو درجې څو دي؟

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وایي. $x-4$ یا $ab-y$ ته باینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وایي او د $2x^3-x-1$ الجبري افاده ترینوم (Trinomial) (دري حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته مولتینوم (Multinomial) وایي.

ځینې وختونه پولینوم له یو، دوه، دري او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.

د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم دوه متحوله او $x+y+z$ دري متحوله لري چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

متحول	مونوم (یو حده)	باینوم (دوه حده)	ترینوم (دري حده)
یو متحول	$5x^3$	$5y^2+3y$	$3x^2+2x-4$
دوه متحوله	$7x^2y$	$7x^2-4y^3$	$6x^2+5x-3y^2$
دري متحوله	$4xyz^2$	$8a^2b+4c$	$3a^2b^2+6c^2-z^5a$

فعالیت

د ax^2+bx+c، $2x-y$، 15، $-3x$ او $4x^2-4y$ الجبري افادو کې مونوم، باینوم او ترینوم وښایاست.

د یو پولینوم درجه (Degree of a Polynome): که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د هغه توري لوړ توان د پولینوم درجه ده، لکه د $-x^3+2x+1+x^5$ د پولینوم درجه 5 ده. که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د زیات توان لرونکي مونوم درجه د پولینوم درجه ده، لکه د $2x^2y^3-5xy^5+x^3y$ د پولینوم درجه 6 ده، ($1+5=6$) او دا پولینوم نظر x ته دریمه درجه او نظر y ته پنځمه درجه پولینوم دی. که د یوه پولینوم درجه یوه وي، خطي پولینوم (Liner Polynome) او که د پولینوم درجه دوه وي، دویمه درجه پولینوم (Quadratic Polynome) او که درجه یې درې وي، دریمه درجه پولینوم (Cubic Polynomial) ورته وایي. د $3x^2$ مونوم دویمه درجه، د $3x^2y^3$ مونوم درجه 5 او د 12 مونوم درجه صفرده. داسې پولینوم ته ثابت پولینوم وایي، ځکه $12=12x^0$

ثابت پولینوم: هغه پولینوم دی چې د متحول درجه یې صفر وي.یا هغه پولینوم دی چې د ټولو متحولونو ضریبونه یې صفر وي.

لومړی مثال: د m او n قیمتونه پیدا کړئ، که $(2m-4)x^2+(5-n)x+13$ یو ثابت پولینوم وي.

حل: څرنگه چې راکړل شوي پولینوم یو ثابت پولینوم دی، نو د هر حد د متحول ضریب یې صفر دی.

نو:

$$5-n=0 \qquad 2m-4=0$$
$$n=5 \qquad 2m=4$$
$$m=2$$

صفري پولینوم (Zero Polynome): که د ثابت پولینوم ثابت حد صفر وي، داسې پولینوم ته صفري پولینوم وایي، لکه: $P(x)=0$ ، د صفري پولینوم درجه تعریف شوې نه ده.

دویم مثال: د a قیمت پیدا کړئ که $(b-4)x^3-(2c+6)x+(a-b+c)$ یوصفري پولینوم وي.

حل: په صفري پولینوم کې هر حد صفر وي، نو:

$b-4=0$	$2c+6=0$	$a-b+c=0$
$b=4$	$2c=-6$	$a-4-3=0$
	$c=-3$	$a=7$

دریم مثال: د $P(x)=x^2-1+3x^5$ ، $g(x)=2xy^2-x^2y^3$ او $h(x)=\sqrt{3}$ د پولینومونو درجې پیدا کړئ.

حل: د $P(x)$ د پولینوم درجه 5 د $g(x)$ د پولینوم درجه هم 5 ده، $(n=5)$ خو د $h(x)$ د پولینوم درجه صفر ده.

فعالیت

a: د لاندې هر پولینوم درجه څو ده؟

$x^2-x^3+2x+5x^5$, $x-1$, 15 , $2m^3n^2-3mn^3-mn$

b: د دې پولینومونو درجې نظر هر توري ته پیدا کړئ.

$x^2-x^3+2x+5x^5$, $x-1$, 15 , $2m^3n^2-3mn^3-mn$

مکمل او ناقص پولینومونه: مکمل پولینوم هغه پولینوم دی چې له لوړ توان څخه تر ثابت عدده پورې ټول حدونه ولري $x^3+1+2x-x^2$, $x-1$ او 51 مکمل پولینومونه دي، خو x^2-1 و x^3+x+1 ناقص پولینومونه دي. موږ کولای شو دا ناقص پولینومونه د مکملو پولینومو په شکل ولیکو، لکه: $x^2-1=x^2+0.x-1$ او $x^3+x-1=x^3+0.x^2+x-1$.

منظم او غیر منظم پولینومونه: د $2x^3-3x^2+4x-1$ او $-11+12x+13x^2-x^3$ پولینومونه منظم، خو د $3x^4-x+1+x^3+x^2$ پولینوم یو غیر منظم پولینوم دی. کولای شو چې یو غیر منظم پولینوم د منظم پولینوم په شکل ولیکو، لکه همدا پولینوم په دوه ډوله د منظم پولینوم په شکل لیکلای شو. $3x^4+x^3+x^2-x+1$ یا $1-x+x^2+x^3+3x^4$

نزولي او صعودي پولینومونه

:(Descending and Ascending Polynomes)

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

د مثال په ډول $x^4+3x^3+x^2+x+1$ په نزولي ترتیب او د $1+x+x^2+3x^2+x^4$ پولینوم په صعودي ترتیب لیکل شوی دی.

که یو پولینوم له دوو یا څو متحولونو څخه جوړ شوی وي، نو موږ کولای شو نظر هر توري ته یې په صعودي یا نزولي ډول ترتیب کړو، لکه: د $x^3y+3x^2y^2+2xy^3-5y^4$ پولینوم نظر x ته په نزولي ډول او نظر y ته په صعودي ډول ترتیب شوی دی.

فعالیت

دا پولینومونه په صعودي ډول ترتیب کړئ:

$$4x-5+6x^2+8x^3, 2y^2-4y+3-3y^4+y^3, 2a^3+5+4a^4+a^5+3a^2+a$$

څلورم مثال: د $P(y)=4xy^4-3x^3y^2+2x^2y^3+x^4+y^5$ پولینوم نظر y ته په صعودی ترتیب ولیکئ:

حل:

$$P(y)=x^4-3x^3y^2+2x^2y^3+4xy^4+y^5$$

معادل پولینومونه: هغه پولینومونه دي چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي.

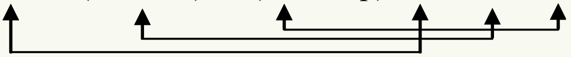
پنځم مثال: که د x^2+3x+2 او $m(x-1)^2+n(x-1)+P$ پولینومونه سره معادل وي، د n, m او p قیمتونه پیدا کړئ.

حل:

$$m(x^2-2x+1)+nx-n+p=x^2+3x+2$$

$$mx^2-2mx+m+nx-n+p=x^2+3x+2$$

$$mx^2+(-2m+n)x+(m-n+p)=1x^2+3x+2$$



په نتیجه کې:

$$n-3+2=m+1$$
$$n-1=m+1$$
$$n-1=2+1$$
$$n=4$$

$$m+1=2+1$$
$$m=2$$

$$m=1$$
$$-2m+n=3 \Rightarrow n=5$$
$$m-n+p=2 \Rightarrow p=6$$

که په پولینوم کې یو متحول موجود وي، د دې متحول لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي.

پوښتنې

1- په لاندې افادو کې مونوم، باینوم او ترینوم وښایاست او درجې یې پیدا کړئ.

$\frac{1}{2}x^2y^5 \quad , \quad x^2-y+4 \quad , \quad x-1$

$x-x^2-x^3 \quad , \quad 12x \quad , \quad -12$

2- په لاندې پولینومونو کې مکمل او ناقص پولینومونه وښیاست او بیا ناقص پولینومونه د مکملو پولنیومونو په شکل ولیکئ.

$x \quad , \quad x+1 \quad , \quad x^2-1 \quad ,$

$2x^2-2x-2 \quad , \quad 15 \quad , \quad x^3+x-1$

3- لومړی د لاندې پولینومونو درجې پیدا کړئ او بیا یې په نزولي ډول ترتیب کړئ.

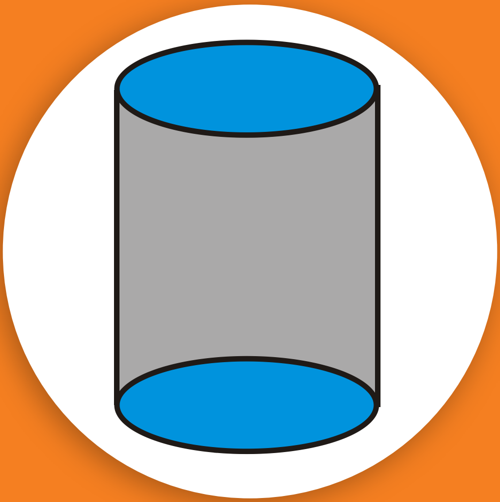
$4x-5+6x^2+8x^3$

$2y^2-4y+3-3y^4+y^3$

$1-x^3+x^2+2x^4-x^5+x$

4. که $P(x-1)^2+n(x+3)+c=2x^2-x+22$ وي د n, p او c قیمتونه پیدا کړئ.

5. د b, a او c قیمتونه پیدا کړئ که $P(x)=7x^4-(2a-3)x^3+5x-(c-3)$ او $Q(x)=(3b+4)x^4+2x^3+5x$ معادل پولینومونه وی.



د پولینوم د قیمت پیدا کول:

ایا ویلای شئ د $x=-1$ لپاره د $P(x)=x^3-x^2-x-1$ د پولینوم قیمت څو دی؟ یا $P(-1)=?$

که په یوه پولینوم کې د متحول پر ځای یو حقیقي عدد وضع کړو، یو حقیقي عدد په لاس راځي، چې دا حقیقي عدد ددې پولینوم قیمت دی. د $x=2$ لپاره د $P(x)=3x+2$ د پولینوم قیمت $P(2)=3\cdot 2+2=8$ دی.

لومړی مثال: د $P(x)=2x^2-7x+1$ د پولینوم $P(5)$ ، $P(-1)$ او $P(0)$ پیداکړئ.

حل:

$$P(5)=2\cdot 5^2-7(5)+1=50-35+1=51-35=16$$

$$P(0)=1$$

$$P(-1)=2(-1)^2-7(-1)+1=2+7+1=10$$

فعالیت

د $P(x)=x^5-x^3-x-1$ پولینوم لپاره $P(0)$، $P(-1)$ او $P(1)$ پیداکړئ.

دویم مثال: که $P(x)=16x^3-8x^2+\frac{3}{4}$ وي $P(-\frac{1}{4})$ پیداکړئ.

حل:

$$P(-\frac{1}{4})=16(-\frac{1}{4})^3-8(-\frac{1}{4})^2+\frac{3}{4}=16(-\frac{1}{64})-8(\frac{1}{16})+\frac{3}{4}$$

$$=-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{-1-2+3}{4}=\frac{-3+3}{4}=\frac{0}{4}=0$$

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}\text{cm}$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2\cdot\frac{22}{7}\cdot\frac{7}{2}\text{cm} = 22\text{cm}$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $b = 12\text{cm}, a = 9\text{cm}$ او $c = 15\text{cm}$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18\text{cm}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18\cdot9\cdot6\cdot3} = \sqrt{2\cdot9\cdot9\cdot2\cdot3\cdot3} = \sqrt{2^2\cdot3^2\cdot9^2} = 2\cdot3\cdot9 = 54\text{cm}^2$$

فعالیت

د استوانې حجم له دې $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5\text{cm}$ او $h = 21\text{cm}$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

اتم مثال: که د توپ شعاع 6cm وي د توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(6cm)^3 = \frac{4}{3}\pi(216cm^3) = 288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

پوښتني

1. که $p(x)=-x^4-x^3-x^2-x-1$ وي $p(-1)$ او $p(\frac{1}{2})$ پیداکړئ.

2. د $p(x)=kx^3-x^2+3x-1$ په پولینوم کې چې که $p(2)=17$ وي د k قیمت پیداکړئ.

3. د $x=-\frac{1}{2}$ لپاره د $p(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ پولینوم قیمت پیداکړئ.

4. د $A=x^2-4x+4$ ، $B=-4x^3+10x^2$ ، $C=-x+3x^4-6x^3$ او $D=x^2+4x-4$ په پولینومونو کې د $x=4$ لپاره دکوم پولینوم قیمت له 100 څخه زیات دی؟

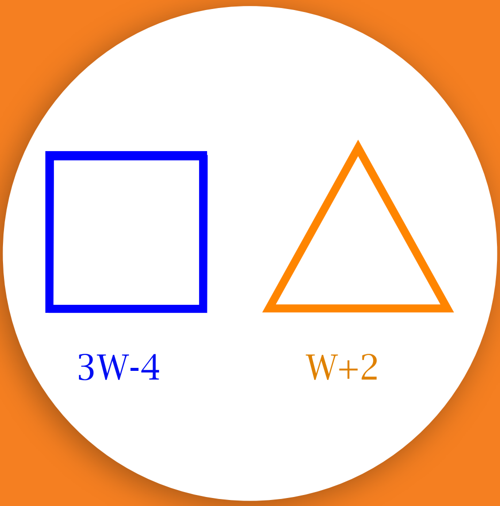
a) C b) D c) A d) B

5. په لاندې پولینومونو کې د $x=5$ لپاره دکوم پولینوم قیمت تر ټولو زیات دی؟

a) x^2-2x+6
b) $3x^4+6x+12$
c) $-x^3-40x-300$
d) x^5-120x^4+10

6. که $p(x)=x^4-x^3-x^2-x-1$ وي، $p(-1)$ ، $p(0)$ ، $p(\frac{1}{2})$ او $p(-\frac{1}{2})$ پیدا کړئ.

د پولینوم څلورګوني عملیې



که د مربع هره ضلعه $3w-4$ او د متساوي الاضلاع مثلث هره ضلع $w+2$ وي، یوه الجبري افاده ولیکئ چې د دواړو شکلونو محیط ښکاره کړي.

که $A=8x^2-2x+3$ او $B=9x-5$ وي، $A+B$ او $A-B$ پیدا کړئ.

1 **د جمعې عملیه**: مشابه حدونه (Like terms) یو له بل سره جمع کیږي او هم مشابه حدونه یو له بله تفریق کیږي، دا دواړه عملیې په افقي او عمودي ډول سر ته رسیدلای شي.

لومړی مثال: که $A=-3cd^2-2cd+5$ او $B=9cd-7cd^2-5$ وي $A+B$ پیدا کړئ.

حل:

$$A+B=(-3cd^2-2cd+5)+(9cd-7cd^2-5)$$
$$=-3cd^2-2cd+5+9cd-7cd^2-5=-10cd^2+7cd$$

فعالیت

که $A=ab^2+3a$, $B=2ab^2+3a-2$ او $C=2a+4$ وي، د دې درې واړو پولینومونو د جمعې حاصل پیدا کړئ. $(A+B+C=?)$

دویم مثال: جمع یې کړئ که: $A=1+2x+3x^2$, $B=3x-5-2x^2$ او $C=x^2-5x+4$ او هم که $A=a^4b-2a^3b^2-3a^2b^3-4c-2b$, $B=a^3b^2-2a^2b^3+4b-4$ او $C=a^4b+a^3b^2-2c$ وي.

حل: لومړی پولینومونه په منظم ډول لیکو او بیا مشابه حدونه سره جمع کوو.

$$\begin{array}{r} 3x^2+2x+1 \\ -2x^2+3x-5 \\ +\quad x^2-5x+4 \\ \hline 2x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a^4b-2a^3b^2-3a^2b^3-4c-2b \\ \quad a^3b^2-2a^2b^3+4b-4 \\ a^4b+a^3b^2-2c \\ \hline 2a^4b-5a^2b^3-6c+2b-4 \end{array}$$

2- **د تفریق عملیه**: د تفریق په عملیه کې د مفروق جمعي معکوس له مفروق منه سره جمع کوو یا په بل عبارت د مفروق علامې تغیروو.

لومړی مثال: د B پولینوم د A له پولینوم څخه تفریق کړئ، که $A=-x^3+x^2+x-7$ او $B=-x^3+x^2+4x+3$ وی او هم که $A=2b^2-2c^2-2d^2-2e^2$ او $B=b^2-3c^2-3d^2-3e^2-f^2$ وي.

حل:

$$\begin{array}{l} A=-x^3+x^2+x-7 \\ -B=\mp x^3\pm x^2\pm 4x\pm 3 \\ \hline A-B=\qquad -3x-10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A=2b^2-2c^2-2d^2-2e^2 \\ B=_-b^2\mp 3c^2\mp 3d^2\mp 3e^2\mp f^2 \\ \hline A-B=b^2+c^2+d^2+e^2+f^2 \end{array}$$

یا

$-x^3+x^2+x-7-(-x^3+x^2+4x+3)$

$=-x^3+x^2+x-7+x^3-x^2-4x-3$

$=-3x-10$

باید په یاد ولرو چې د یوه پولینوم د ساده کولو لپاره مشابه حدونه (Like terms) سره جمع یا تفریقوو. د مثال په ډول

a) $x^2+6x^4-8+9x^2+2x^4-6x^2=8x^4+4x^2-8$

b) $3x-x-1+3-2x=2$

c) $2x^2-x-x^2-x-2=x^2-2x-2$

d) $6xy-xy-x-y+2x=5xy+x-y$

e) $mn-4+mn-5=2mn-9$

فعالیت

په لاندې پولینومونو کې مشابه حدونه (Like terms) وښیاست.

$-t+5t^2-6t^2+6t-3$ $9rs-2r^2s^2+4r^2s^2+3rs-7$

$3p-4p^2+6p+10p^2$ $2fg+f^2g-fg^2-2fg+3f^2g+5fg^2$

دویم مثال: د $a^4+2a^3b-3ab^3+a^2b^2$ له پولینوم سره کوم پولینوم جمع کړو چې د جمعې حاصل یې $2a^4-3a^3b-3ab^3-b^4+a^2b^2$ شي؟

حل:

$$\begin{array}{l} 2a^4-3a^3b+a^2b^2-3ab^3-b^4 \\ \underline{-a^4\pm 2a^3b\pm a^2b^2\mp 3ab^3} \\ a^4-5a^3b \qquad\qquad -b^4 \end{array}$$

فعالیت

د $4x+6-2x^2$ او $3x^2-x^3-3$ پولینومو مجموعه د x^3+x^2-2x او $-2x^3+3x-7$ پولینومو له مجموعې څخه تفریق کړئ.

دریم مثال: تفریق یې کړئ.

$$\begin{array}{l} 202x^4y-303x^3y^2-101x^2y^3-404xy^4-505y^5 \\ \underline{-101x^4y\mp 303x^3y^2\pm 101x^2y^3\mp 404xy^4\pm 505\ y^5} \\ 101x^4y \qquad -202x^2y^3 \qquad -1010y^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3ax-5bx-8cx-11dx \\ \underline{\pm 3ax\mp 5bx\mp 8cx\mp 11dx} \\ \qquad 0 \end{array}$$

څلورم مثال: مشابه حدونه (Like terms) سره جمع او ساده یې کړئ.

$20-k-k-10-6-k^2=-k^2-2k+4$ $8-10+x-7+x=2x-9$

$y^2-1+y^2-1=2y^2-2$ $ab+a-b-a=ab-b$

$$4b^3 - 2b^2 - 2 + b - 4b^3 + b^2 + b^2 - b + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x - 2x^2 + 5 = -x^2 - 5x + 5$$

باید په یاد ولرو چې که Q, P او R پولینومونه وي نو

(د جمعې د عمليې تبديلي خاصيت)...................... $P + Q = Q + P$

(د جمعې د عمليې اتحادي خاصيت)..... $P + (Q + R) = (P + Q) + R$

(د ضرب توزيعي خاصيت پر جمع باندې)......... $P(Q + R) = PQ + PR$

يا $(Q + R)P = QP + RP$

د پولينومو د جمعې او تفريق په عمليو کې مشابه حدونه سره جمع او يا يو له بله تفريق کېږي، د پولينومونو د جمعې په عمليه کې د تبديلي او اتحادي خاصيتونه صدق کوي او د تفريق په عمليه کې د مفروق جمعي معکوس له مفروق منه سره جمع کېږي او د ضرب توزيعي قانون پر جمع باندې په پولينومو کې هم صدق کوي.

پوښتنې

1. د دوو پولينومو مجموعه $x^2 + 2x - y^2$ ده، که يو پولينوم $x^2 - 2xy + 3$ وي، بل پولينوم پيدا کړئ.

2. د $3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 1$ پولينوم له $4x^4 + 2x^2 + x^3 - x + 1$ پولينوم څخه تفريق کړئ.

3. د $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ پولينوم څخه د $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ پولينوم تفريق کړئ.

4. که $A = a^3 + 2a^2 - 6a + 7$, $B = a^3 + 2a + 5$ او $C = 2a^3 - a^2 + 2a - 8$ وي ددې درې واړو پولينومو مجموعه پيدا کړئ. ($A + B + C = ?$)

5. د $(ab^2 + 3a) + (2ab^2 + 3a - 2) + (2a + 4)$ افادې د جمعې حاصل مساوي دى، په:

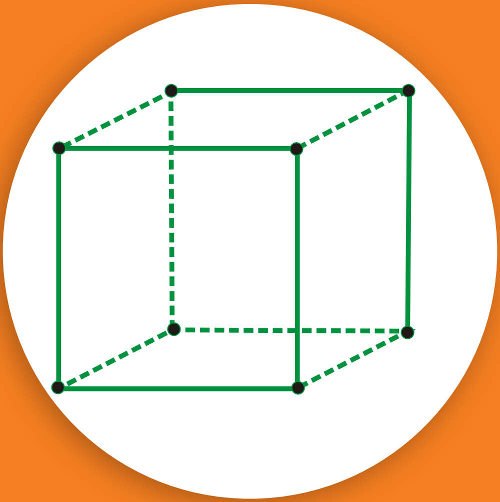
a) $-3ab^2 + 8a + 2$ b) $3ab^2 + 8a$ c) $3ab^2 + 8a + 2$

6. جمع يې کړئ.

$$(3a^2b^2 + 2a^2 - 5ab) + (-3ab + a^2 - 2) + (1 + 6ab)$$

7. که دوه الوتکې له يوه هوايي ډګر څخه يو د بل مخالف لوري ته والوزي، که 2 ساعتونه وروسته د يوې الوتکې واټن له هوايي ډګر څخه $x^2 + 2x + 400$ ميله وي، دبلې الوتکې واټن له هوايي ډګر څخه $3x^2 - 50x + 100$ ميله وي، ددې دواړو الوتکو تر منځ واټن (فاصله) پيدا کړئ.

د پولینومونو ضرب



د هغه مکعب حجم به څومره وي چې هره ضلعه يې $(x+1)$ سانتي متره وي؟

د مونوم ضرب په مونوم کې: که د $3r^2s^3$ مونوم د $5r^4s^5$ په مونوم کې ضرب کړو، د ضرب حاصل يې $(3r^2s^3)(5r^4s^5)=15r^6s^8$ کېږي.

فعالیت

د $(7x^2y)(-3x^4yz^8)$ ، $(-\frac{1}{3}x)(-x)$ او $(-30a^2b)(-5ab)$ سره ضرب کړئ.

لومړی مثال: د ضرب لاندې حاصلونه لاس ته راوړئ.

$(-5y^a)(5y)=-25y^{a+1}$

$\frac{1}{4}(4)^2(\frac{1}{2})^2=(\frac{16}{4})(\frac{1}{4})=\frac{16}{16}=1$

$(-4s^2t^2)(2st^3)=-8s^3t^5$

$(-2a)^3(-2a)^2=-32a^5$

$-a^{2x}(-2a)=2a^{2x+1}$

$x(x^m)=x^{m+1}=x^{1+m}$

$(-\frac{1}{2}a)(-\frac{1}{2}a)=\frac{1}{4}a^2$

$(\frac{5}{2}mn)(\frac{5}{2}mn)(\frac{5}{2}mn)=\frac{125}{8}m^3n^3$

$(-0.1)(-0.1)(-0.1)=-0.001$

$(-a^b)(-a)=a^{b+1}=a^{1+b}$

$(-mn)(-mn^2)=m^2n^3$

$(0.01p)(0.01p)=0.0001p^2$

$(0.1x^2)(0.1x^2)=0.01x^4$

د مونوم ضرب په پولینوم کې:

دویم مثال: د ضرب لاندې حاصلونه لاس ته راوړئ.

$(2m^2n^3)(1-4mn^4)=2m^2n^3-8m^3n^7$

$x^3(x-x^2y^4)=x^4-x^5y^4$

$-3b(5b^4-8b+12)=-15b^5+24b^2-36b$

$-4s^2t^2(5s^2t+6st-2s^2t^2)=-20s^4t^3-24s^3t^3+8s^4t^4$

فعالیت

د هغه مکعب حجم پیداکړئ چې اوږدوالی یې، $2x$، سور یې x او لوړوالی یې $x+2$ وي.

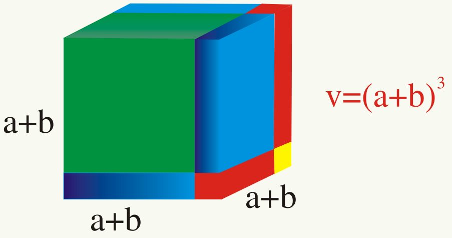
د پولینوم ضرب په پولینوم کې:

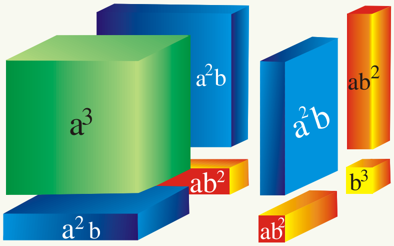
دریم مثال: a: د $(x-4)(x-5)$ د ضرب حاصل لاس ته راوړئ.

حل: $(x-4)(x-5)=x^2-5x-4x+20=x^2-9x+20$

	x	-4
x	x^2	$-4x$
-5	$-5x$	20

b) $(a+b)(a+b)(a+b)=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$





c: که $P(x)=x^3+2x$ او $Q(x)=2x^2-x+1$ وي.

$$P(x)\cdot Q(x)=(x^3+2x)\cdot(2x^2-x+1)$$

$$=x^3\cdot 2x^2+x^3(-x)+x^3\cdot 1+2x\cdot 2x^2+2x(-x)+2x\cdot 1$$

$$=2x^5-x^4+x^3+4x^3-2x^2+2x=2x^5-x^4+5x^3-2x^2+2x$$

په یاد ولرئ چې که P, Q او R پولینومونه وي

(د ضرب د تبدیلی خاصیت) $P\cdot Q = Q\cdot P$

(د ضرب اتحادی خاصیت) $P\cdot(Q\cdot R) = (P\cdot Q)\cdot R$

فعالیت

که $P(x) = 2x^2 - x - 1$ او $Q(x) = 4x - 8$ وي، د ضرب د تبدیلی او اتحادي خاصیتونه په کې وڅیرئ.

لاندې جدول کې د هندسی شکلونو مساحت (Area) پیدا کړئ.

مساحت	راکړ شوی اوږدوالی	هندسی شکلونه
$n^2 + n - 20$	اوږدوالی یې $n+5$ ، اوسور یې $n-4$	مستطیل
$6y^2 + 3y - 3$	اوږدوالی یې $3y+3$ ، اوسور یې $2y-1$	مستطیل
$b^3 - \frac{5}{2}b^2 + 2b - 5$	قاعده یې $2b-5$ ، او لوړوالی یې b^2+2	مثلث
$m^2 + 26m + 169$	هره ضلعه یې $m+13$، ده	مربع
$4g^2 - 16g + 16$	هره ضلعه یې $2g-4$ ده	مربع
$(9c^2 + 12c + 4)\pi$	شعاع یې $3c+2$ ده	دایره

فعالیت

د $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$ د ضرب حاصل په لاس راوړئ.

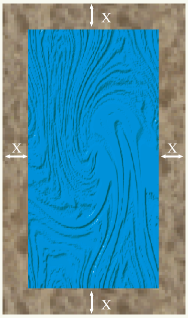
پوښتنه: د یوه حوض خلورو خواو ته له سمنتو څخه پخه شوې لاره ده، که د دې لارې سور x متره وي او د حوض اوږدوالی او سور په ترتیب سره 50m او 25m وي د لارې مساحت معلوم کړئ.

حل: د لارې او حوض مجموعي مساحت

$$A = (25+2x)(50+2x) = 1250+150x+4x^2$$

د حوض مساحت:

$$(25m)(50m) = 1250m^2$$



د لارې مساحت:

$$1250+150x+4x^2-1250 = 4x^2+150x$$

د پولینومونو په ضرب کې کېدای شي، مونوم په مونوم کې، مونوم په پولینوم کې او یا پولینوم په پولینوم کې ضرب کړو او د ضرب په عملیه کې د تبدیلی، اتحادي او د ضرب توزیعي خاصیت په جمع باندې هم صدق کوي.

پوښتنې

1.ضرب یې کړئ: $(4x^2y^2z)(-5xy^3z^2)$, $-2xy(2x^2+2y^2-2)$

2.یو بکس چې لوړوالی یې x انچه، اوږدوالی یې $(x+1)$ او سور یې $2x-4$ انچه دی، که لوړوالی یې 3 انچه وي، د دې بکس حجم مساوي دی، په:

a) $40in^3$ b) $24in^3$ c) $48in^3$ d) $20in^3$

د پولینوم ویش پر مونوم

ایا د

$$\frac{\frac{4m^2}{n}}{n}\ ,\ \frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{b}}\ ,\ \frac{3mn^2}{-mn}\ ,\ \frac{-x^2}{x}$$

او د $\frac{-n^a}{n^b}$ او د $\frac{14x^5}{2x^2}$ د ویش حاصل په لاس

راوړلای شئ؟(هیڅ یو مخرج له صفر سره مساوي نه دي).

د مونوم ویش پر مونوم (Dividing monomial by monomial):

لومړی مثال: ویې ویشئ:

$$\frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4\ ,\ \frac{6x^9y^3}{4x^6y^2} = \frac{3}{2}x^3y\ ,\ \frac{-a^2}{-a^x} = a^{2-x}\ ,\ \frac{-n^a}{n^b} = -n^{a-b}$$

د پولینوم ویش پر مونوم:

$$(x^4 + 5x^3 - 7x^2) \div x^2$$

$$\frac{x^4 + 5x^3 - 7x^2}{x^2} = \frac{x^4}{x^2} + \frac{5x^3}{x^2} - \frac{7x^2}{x^2} = x^2 + 5x - 7 \qquad (x^2 \neq 0)$$

دویم مثال: ویې ویشئ.

$$\frac{x^8y^2 - x^4y^6 - 4x^3y^9}{x^3y} = x^5y - xy^5 - 4y^8 \qquad (x^3y \neq 0)$$

$$\frac{r^6s^2 - r^5s - 4r^3s^4}{r^2s} = r^4s - r^3 - 4rs^3 \qquad (r^2s \neq 0)$$

فعالیت

د ویش حاصل په لاس راوړئ. (مخرجونه خلاف د صفر دي)

$$a: \frac{27x^6y^{13} - 18x^{12}y^8}{9x^3y^8} \qquad b: \frac{x^2}{y^2 - 1} \div \frac{x^2}{y - 1} \qquad c: \frac{10b^3c^7}{6b^2c^7}$$

د پولینوم ویش پر پولینوم: څه وخت چې یو پولینوم پر بل پولینوم ویشو، مقسوم (Dividend) او مقسوم علیه (Divisor) دواړه باید په منظم ډول ترتیب شي.

دریم مثال: د $(13x+2x^4+12+3x^3-4x^2)\div(3+x^2-2x)$ د ویش حاصل په لاس راوړئ.

$$\begin{array}{r|l} 2x^4+3x^3-4x^2+13x+12 & x^2-2x+3 \\ \underline{-2x^4\mp 4x^3\pm 6x^2} & 2x^2+7x+4 \\ 7x^3-10x^2+13x & \\ \underline{-7x^3\mp 14x^2\pm 21x} & \\ 4x^2-8x+12 & \\ \underline{-4x^2\mp 8x\pm 12} & \\ 0 & \end{array}$$

فعالیت

د دوو پولینومونو د ضرب حاصل $6y^3-11y^2+6y-1$ دی. که یو پولینوم $3y^2-4y+1$ وي، بل پولینوم پیدا کړئ.

د پولینومونو په ویش کې کیدای شي چې مونوم پر مونوم، پولینوم پر مونوم او یا پولینوم پر پولینوم وویشو. لومړی باید مقسوم او مقسوم علیه په نزولي ډول ترتیب شي او د ویش عملیې ته تر هغه پورې دوام ورکوو، تر څو د پاتې (باقي) درجه د مقسوم علیه له درجې څخه د یو په اندازه کمه شي.

پوښتنې

1. د P په کوم قیمت $3x^3-7x^2-9x+p$ پولینوم پر $x-13$ پوره وېشل کیږي؟

2. د ویش حاصل یې پیدا کړئ.

$(a^3+b^3+c^3-3abc)\div(a+b+c)$

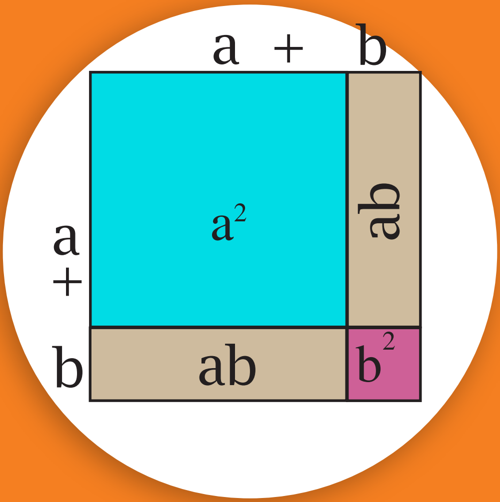
$\dfrac{12x^5+9x^4+15x^2}{3x^3}$

$(x^2+x-6)\div(x-2)$

$(x^5-y^5)\div(x-y)$

$\dfrac{27a^6b^{13}-18a^{12}b^8}{9a^3b^8}$

$\dfrac{j^5k^2-3j^8k^4}{2j^4k}$



مطابقتونه
(خاص حاصل ضربونه)

که $x+\frac{1}{x}=3$ وي أیا د $x^2+\frac{1}{x^2}$

قیمت پیدا کولای شئ؟

لکه څنګه چې مو ولیدل کولای شو د دوو یا زیاتو الجبري افادو د ضرب حاصل په لاس راوړو . د مطابقتونو په مرسته د ځینو خاصو افادو د ضرب حاصل په اسانۍ سره په لاس راوړلای شو او هم د مطابقتونو په واسطه، الجبري افادې تجزیه کولای شو.

1-

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2$$

ثبوت:

$$\begin{array}{l} a+b \\ \underline{a+b} \\ a^2+ab \\ \underline{\quad +ab+b^2} \\ a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

لومړی مثال: $(2a+3b)^2$ ته انکشاف ورکړئ.

حل:

$$(2a+3b)^2=(2a)^2+2(2a)(3b)+(3b)^2$$
$$=4a^2+12ab+9b^2$$

فعالیت

$(4m+p)^2$ ته انکشاف ورکړئ.

دویم مثال: $(2x+3y)^2+(x+2y)^2$ ساده یې کړئ

حل:

$$(2x+3y)^2+(x+2y)^2=(2x)^2+2(2x)(3y)+(3y)^2+x^2+4xy+(4y)^2$$
$$=4x^2+12xy+9y^2+x^2+4xy+4y^2$$
$$=5x^2+16xy+13y^2$$

دریم مثال: که $a+b=5$ او $ab=6$ وي، د a^2+b^2 قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$a+b=5$$
$$(a+b)^2=5^2$$
$$a^2+2ab+b^2=25$$
$$a^2+2(6)+b^2=25$$
$$a^2+b^2=25-12$$
$$a^2+b^2=13$$

څلورم مثال: که $x+\frac{1}{x}=3$ وي، د $x^2+\frac{1}{x^2}$ قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$x+\frac{1}{x}=3$$
$$(x+\frac{1}{x})^2=(3)^2$$
$$x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+(\frac{1}{x})^2=9$$
$$x^2+2+\frac{1}{x^2}=9$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

پنځم مثال: د مطابقت په مرسته د $(101)^2$ قیمت پیدا کړئ.

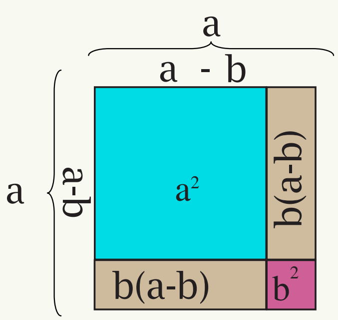
حل:

$$(101)^2 = (100+1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2$$
$$= 10000 + 200 + 1 = 10201$$

-2

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

ثبوت:



$$\begin{array}{r} a-b \\ \underline{a-b} \\ a^2 - ab \\ -ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

لومړی مثال: $(3x-4y)^2$ ته انکشاف ورکړئ.

حل:

$$(3x-4y)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(4y) + (4y)^2$$
$$= 9x^2 - 24xy + 16y^2$$

دویم مثال: $(2x-3y)^2 + (7x-4y)^2$ ساده یې کړئ.

حل:

$$(2x-3y)^2 + (7x-4y)^2$$
$$= (2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2 + (7x)^2 - 2(7x)(4y) + (4y)^2$$
$$= 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 49x^2 - 56xy + 16y^2$$
$$= 53x^2 - 68xy + 25y^2$$

فعالیت

$(2a-5b)^2$ ته انکشاف ورکړئ.

دریم مثال: که $a-b=12$ او $ab=35$ وي، د a^2+b^2 قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$a-b=12$$
$$(a-b)^2=(12)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=144$$
$$a^2-2(35)+b^2=144$$
$$a^2+b^2=144+70=214$$

څلورم مثال: که $ab=10$ او $a^2+b^2=29$ وي، د $a-b$ قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$\begin{aligned}(a-b)^2&=a^2-2ab+b^2\\&=a^2+b^2-2ab\\&=29-2(10)=9\end{aligned}$$
$$(a-b)^2=3^2$$
$$(a-b)=3$$

فعالیت

$(1-2x)^2$ ته انکشاف ورکړئ.

پنځم مثال: که $x-\frac{1}{x}=8$ وي، د $x^2+\frac{1}{x^2}$ قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$x-\frac{1}{x}=8$$
$$(x-\frac{1}{x})^2=(8)^2$$
$$x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+(\frac{1}{x})^2=64$$
$$x^2+\frac{1}{x^2}=64+2=66$$

مثال6: د مطابقت په مرسته د $(99)^2$ قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$(99)^2=(100-1)^2=(100)^2-2(100)(1)+(1)^2$$
$$=10000-200+1=9801$$

مثال7: $(\frac{x}{y}-\frac{y}{x})^2$ ته انکشاف ورکړئ.

حل:

$$(\frac{x}{y}-\frac{y}{x})^2=(\frac{x}{y})^2-2\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}+(\frac{y}{x})^2$$
$$=\frac{x^2}{y^2}-2+\frac{y^2}{x^2}$$

پوښتنې

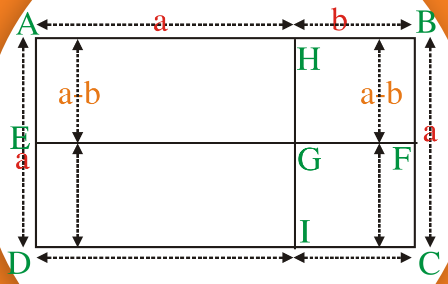
1 – انکشاف ورکړئ:

$$(3x-\frac{1}{y})^2 \quad (2a-3)^2 \quad (2xy+3z)^2 \quad (3a+1)^2$$

2 – د مطابقت په مرسته د $(97)^2, (998)^2, (1005)^2, (76)^2, (301)^2$ قیمتونه پیدا کړئ.

3 – که $xy=24$ او $x-y=2$ وي، د x^2+y^2 قیمت پیدا کړئ.

4 – که $a+b=7$ او $a^2+b^2=29$ وي، د ab قیمت پیدا کړئ.



3- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(2x+y)(2x-y)=?$

ثبوت:

$$\begin{array}{l} a+b \\ \underline{a-b} \\ a^2+ab \\ \underline{\quad -ab-b^2} \\ \quad a^2-b^2 \end{array}$$

لومړی مثال: $(3x+4y)(3x-4y)$ ساده یې کړئ.

حل:

$(3x+4y)(3x-4y)=(3x)^2-(4y)^2=9x^2-16y^2$

دویم مثال: د مطابقت په مرسته د 105×95 حاصل ضرب پیدا کړئ.

حل:

$105\times 95=(100+5)(100-5)=(100)^2-(5)^2=10000-25=9975$

فعالیت

د مطابقت په مرسته د 97×103 د ضرب حاصل پیدا کړئ

لومړی مثال: که $a-b=6$ او $a^2-b^2=54$ وی، د $a+b$ قیمت پیدا کړئ.

حل:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$6(a+b)=54$$
$$a+b=\frac{54}{6}=9$$

4 -

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

یا په خاص حالت کې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)+ab$$

$$\begin{array}{l} ax+b \\ \underline{cx+d\qquad} \\ acx^2+bcx \\ \underline{\qquad +adx+bd} \\ acx^2+bcx+adx+bd \\ acx^2+(bc+ad)x+bd \\ acx^2+(ad+bc)x+bd \end{array}$$

لومړی مثال: د مطابقت په مرسته د $(2x+3)(3x+1)$ د حاصل ضرب معلوم کړئ.

حل:

$$(2x+3)(3x+1)=(2\times3)x^2+(2\times1+3\times3)x+3\times1$$
$$=6x^2+11x+3$$

دویم مثال: د مطابقت په مرسته د $(2a+3)(5a-1)$ د ضرب حاصل پیدا کړئ.

حل:

$$(2a+3)(5a-1)=(2\times5)a^2+[(2)(-1)+(3)(5)]a+3(-1)$$
$$=10a^2+(-2+15)a-3$$
$$=10a^2+13a-3$$

فعالیت

د مطابقت په مرسته د $(4x-2b)(3x+b)$ د ضرب حاصل پیدا کړئ.

دریم مثال: د مطابقت په مرسته لاندې د ضرب حاصلونه پیدا کړئ.

a: $(\frac{x}{2}+y)(\frac{x}{2}-y)$

b: $(0.1x+0.2y)(0.1x-0.2y)$

حل:

a: $(\frac{x}{2}+y)(\frac{x}{2}-y)=(\frac{x}{2})^2-y^2=\frac{x^2}{4}-y^2$

b: $(0.1x+0.2y)(0.1x-0.2y)=(0.1x)^2-(0.2y)^2=0.01x^2-0.04y^2$

پوښتنې

1 - د مطابقت په مرسته لاندې د ضرب حاصلونونه پیدا کړئ.

$(2x^2+3y^2)(2x^2-3y^2)$ $\qquad$ $(x+2y)(x-2y)$

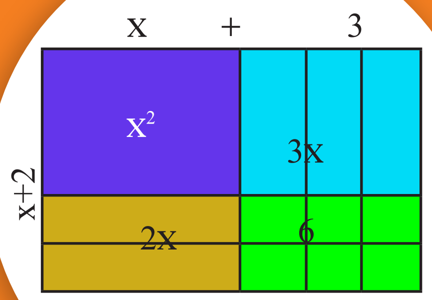
$(2x+1)(3x+1)$ $\qquad$ $(x+\frac{1}{x})(x-\frac{1}{x})$

$(9x^2+16y^2)(9x^2-16y^2)$ $\qquad$ $(6x^2+5)(3x^2+2)$

2 - که $a+b=8$ او $a^2-b^2=6$ وي، د $a-b$ قیمت پیدا کړئ.

3 - که $x+y=5$ او $x^2-y^2=100$ وی، د $x-y$ قیمت پیدا کړئ.

تجزيه
factoring or factorization



ایا بنودلای شئ چې

$$x^2+5x+6=(x+3)(x+2)$$

دی؟

پوهيږو چې $15=3\cdot 5$ دی چې 3 او 5 د 15 د عدد ضربي اجزاوي دي.

د الجبري افادو تجزیه

لومړی مثال:

$x^2=x\cdot x$ دی، نو د x^2 ضربي اجزاوي x او x دی د 3xyz ضربي اجزاوي 3,x,y او z دی

$4x^2yz=2\cdot 2\cdot x\cdot x\cdot y\cdot z$ چې $2,2,x,x,y,z$ د $4x^2yz$ د افادې ضربي اجزاوي دي.

دويم مثال:

$$x^2+4x=x(x+4)$$

x او x+4 د x^2+4x ضربي اجزاوي دي.

دريم مثال:

$$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$$
$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

نو: $x+2$ او $x+3$ د x^2+5x+6 افادې ضربي اجزاوي دي.

1 - د هغه الجبري افادو تجزيه چې د $ka+kb+kc$ شکل ولري.

$$ka+kb+kc=k(a+b+c)$$

همدارنګه:

$$ka-kb+kc=k(a-b+c)$$

$$ka + kb - kc = k(a + b - c)$$

څلورم مثال: لاندې افادې تجزیه کړئ.

$$6x + 4y + 8z = 2(3x + 2y + 4z)$$

$$x^2 + 2x = x(x + 2)$$

$$2x^2y + 3xy = xy(2x + 3)$$

پنځم مثال: $5a^2b^2 + 15ab^3 + 5b^4$ تجزیه کړئ.

حل:

$$5a^2b^2 + 15ab^3 + 5b^4 = 5b^2(a^2 + 3ab + b^2)$$

فعالیت

د $bm+am$ ، $x^2 + 3x$ او $4x^2y^2 + 3xy$ افادې تجزیه کړئ.

2 - د هغه الجبري افادو تجزیه چې د $a^2 \pm 2ab + b^2$ شکل ولري.

پوهیږو چې:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$

لومړی مثال: د $a^2 + 2a + 1$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$a^2 + 2a + 1 = (a)^2 + 2(a)(1) + (1)^2 = (a + 1)^2$$
$$= (a + 1)(a + 1)$$

دویم مثال: د $4x^2 + 12xy + 9y^2$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = (2x + 3y)^2$$
$$= (2x + 3y)(2x + 3y)$$

دریم مثال: د $16x^2-40xy+25y^2$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$16x^2-40xy+25y^2=(4x)^2-2(4x)(5y)+(5y)^2$$
$$=(4x-5y)^2=(4x-5y)(4x-5y)$$

څلورم مثال: د $9x^2+54xy+81y^2$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$9x^2+54xy+81y^2=(3x)^2+2(3x)(9y)+(9y)^2$$
$$=(3x+9y)^2=(3x+9y)(3x+9y)$$

پنځم مثال: $\frac{x^2}{y^2}+2+\frac{y^2}{x^2}$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$\frac{x^2}{y^2}+2+\frac{y^2}{x^2}=(\frac{x}{y})^2+2\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}+(\frac{y}{x})^2=(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})^2$$
$$=(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})$$

فعالیت

د $x^2+6xy+9y^2$ افاده تجزیه کړئ.

پوښتنې

تجزیه یې کړئ

$6x^3+5x^2+2x$

$10x^3y+15x^2y^2+25xy^3$

$9x^2+24xy+16y^2$

$3x^2+6$

$9x^2-48xy+64y^2$

$4x^2-2+\dfrac{1}{4x^2}$

$a^2x^2-6abxy+9b^2y^2$

$\dfrac{x^2}{y^2}-2+\dfrac{y^2}{x^2}$

$$81m^2 - 36n^2 =$$
$$(9x - 6n)(9x + 6n)$$

3- د هغه افادو تجزیه چې د $a^2 - b^2$ شکل ولري.

ایا د $9y^2 - 100$ افاده تجزیه کولای شئ؟

پوهیږو چې $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

لومړی مثال: د $9x^2 - 16y^2$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

دویم مثال: د $x^2 - \frac{1}{x^2}$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = (x)^2 - (\frac{1}{x})^2 = (x - \frac{1}{x})(x + \frac{1}{x})$$

مثال دریم: د $a^4 - b^4$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$
$$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$$

فعالیت

د $9x^2 - 64$ افاده تجزیه کړئ.

4- د هغه افادو تجزیه چې د $ax^2 + bx + c$ شکل ولري.

لومړی مثال: د $x^2 + 5x + 6$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$x^2+5x+6=x^2+3x+2x+6=x(x+3)+2(x+3)$$
$$=(x+2)(x+3)$$

دویم مثال: د x^2-5x+6 افاده تجزیه کړئ..

حل:

$$x^2-5x+6=x^2-3x-2x+6=x(x-3)+2(x-3)$$
$$=(x-2)(x-3)$$

دریم مثال: د $x^2+7x+10$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$x^2+7x+10=x^2+2x+5x+10=x(x+2)+5(x+2)$$
$$=(x+2)(x+5)$$

فعالیت

د $x^2+2x-15$ افاده تجزیه کړئ.

څلورم مثال: د $2x^2+11x+14$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$2x^2+11x+14=2x^2+4x+7x+14=2x(x+2)+7(x+2)$$
$$=(2x+7)(x+2)$$

پنځم مثال: د $12x^2+7x-10$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$(15)(-8)=120$$
$$15-8=7$$
$$12x^2+7x-10=12x^2+15x-8x-10=3x(4x+5)-2(4x+5)$$
$$=(3x-2)(4x+5)$$

شپږم مثال: د $6x^2-4x-2$ افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$6x^2-4x-2=6x^2-6x+2x-2$$
$$=6x(x-1)+2(x-1)=(6x+2)(x-1)$$

پوښتنې

1 - تجزیه يې کړئ.

$81a^2-25b^2$	x^2-25	x^2-y^2
x^8-y^8	$1-16y^4$	$18x^2-50y^2$

2 - تجزیه يې کړئ.

$x^2+9x+20$	x^2+4x+3
$y^2+15y+56$	$x^2+15x+54$
$x^2-3x-180$	$b^2-7b+12$
$8x^2+2x-3$	$3x^2+14x-5$
$3y^2-y-10$	$3a^2-a-4$

د څېرکي لنډيز

- الجبري افادې په درې ډوله دي (ناطقه الجبري افاده، غير ناطقه الجبري افاده، پولينومي الجبري افاده).
- هغه حدونه، چې متحولونه او درجې يې سره مساوي وي، مشابه حدونه (Like terms) نوميږي، لکه $3x^2$ او $5x^2$ يا $4x^2y^2$ او $-6x^2y^2$ مشابه حدونه دي.
- پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د حروفو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.
- د يوه پولينوم درجه، چې له يوه توري (متحول) څخه جوړه شوې وي، د هغه توري له لوړ توان څخه عبارت ده او که له يوه څخه د زياتو تورو څخه جوړ شوی وي، د زيات توان لرونکي مونوم درجه ددې پولينوم درجه ده.
- د يوه حد عددي فکتور (Numerical Factor) ته ضريب وايي، لکه په $3x^2$ کې 3 د x^2 ضريب دی.
- ټول ثابت عددونه پولينومونه دي چې ثابت پولينومونه نوميږي او درجه يې صفر ده، د صفري پولينوم درجه تعريف شوې نه ده.
- هغه پولينومونه چې يو متحول ولري او د مشابه حدونو ضريبونه يې سره مساوي وي، د معادلو پولينومونو په نوم ياديږي.
- د متحول په راکړ شوي قيمت کې د يوه پولينوم قيمت هغه عدد دی چې په پولينوم کې د متحول د راکړل شوي قيمت له وضع کېدو څخه په لاس راځي.
- هغه پولينومونه چې د متحول له لوړ توان څخه تر ثابت عدده پورې، ټول حدونه په کې موجود وي، مکمل پولينوم او که يو يا څو حدونه، ونه لري، د ناقص پولينوم په نوم يادېږي.
- که د يوه پولينوم متحول له ټيټ توان څخه تر لوړ توان پورې ترتيب شي، منظم صعودي او که له لوړ توان څخه تر ټيټ توان پورې ترتيب شي، منظم نزولي پولينوم نوميږي.
- د پولينوم د جمعې په عمليه کې مشابه حدونه (Like terms) يو له بل سره جمع کيږي، د تفريق

په عمليه کې د مفروق علامې بدلوو او نوره عمليه د جمعې د عمليې په شان سرته رسول کيږي (د مفروق جمعي معکوس له مفروق منه سره جمع کېږي).

• د پولينومونو د جمعې او ضرب په عمليو کې د تبديلي او اتحادي خاصيتونه او هم د ضرب توزيعي خاصيت پر جمع باندې صدق کوي.

• د ضرب په عمليه کې کولای شو، مونوم په مونوم کې، مونوم په پولينوم کې او يا پولينوم په پولينوم کې ضرب کړو.

• په همدې ډول کولای شو، د ويش په عمليه کې مونوم پر مونوم، پولينوم پر مونوم يا پولينوم پر پولينوم باندې وويشو.

• $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

• $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$

• $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

• $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

د څپرکي پوښتنې:

1 - که $k = 3a(x-1)^2 - a(x-1) - 4$ او $L = 16 + b(x-1) - 3b(x-1)^2$ وي $Kb + La$ پیداکړئ.

2 - د x په کوم قیمت د $P(x) = 12x^4 + 3x^3 - 13x^2 + x + 5$ پولینوم پر $(3x^2 - 1)$ پوره ویشل کیږي؟

3 - د P د کوم قیمت لپاره د $K(x) = 3x^3 - 7x^2 - 9x + P$ پولینوم پر $(x - 13)$ پوره د ویشلو وړ دی؟

4- که چیرې $x = 4$ ، $y = -3$ او $z = 2$ وي، د لاندې الجبري افادو قیمت پیداکړئ.

$a: x^2yz + zxy^2 + 3xyz^2$ $\qquad$ $b: \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{4}Z^2$

4 - که $P(x) = 0$ وي، د دې پولینوم درجه څو ده؟

a) 1 $\qquad$ b) −1 $\qquad$ c) صفر $\qquad$ d) تعریف شوې نه ده

5 - د هغه مستطیل له مساحت څخه چې بعدونه یې $(x+5)$ او $(x+2)$ وي، د هغه مستطیل مساحت تفریق کړئ چې بعدونه یې $(x+3)$ او $(x+1)$ وي.

6 - که $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ او $a = 13$ ، $b = 5$ ، $c = 12$ او $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ وي، د A قیمت پیداکړئ.

7 - که $(x-1)^3$ او $x^3 + ax^2 + bx + c$ معادل پولینومونه وي، د b قیمت مساوي دی په:

a) 1 $\qquad$ b) 3 $\qquad$ c) −3 $\qquad$ d) −1

8 - د $(a - \dfrac{2}{a-1})\ (a \div \dfrac{a+1}{a-1})$ افادې حاصل مساوي دی په:

a) $a(a+1)$ $\qquad$ b) $a(a-2)$ $\qquad$ c) $\dfrac{a-2}{a}$ $\qquad$ d) $\dfrac{a-1}{a}$

9 - د $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)$ ضرب حاصل مساوي دی په:

a) $x^2 - y^2$ $\qquad$ b) $x^2 + y^2$ $\qquad$ c) $2x^2 - y$ $\qquad$ d) $x - y$

10 – لاندې پولینومونه په نزولي ډول (Descending Order) ترتیب او هم وواياست چې درجې یې څو دي؟

a) $-5x^2+3x^5+9$ b) $-x^2+xy^2z^3-x^5$ c) 3

11 – د $Q(x)=x^2+3x-5$ په پولینوم کې $Q(-1)$ مساوي دی، په:

a) 7 b) -7 c) 1 d) -1

12 – که $P(x)=x^2-2x+3$ او $Q(x)=2x^2+3x-1$ وي، د لاندې افادو قیمتونه پیدا کړئ.

$P(x)-Q(x)$ $P(0)+Q(0)$ $P(1)-Q(-1)$

$P(x)-P(x)$ $[P(x)+Q(x)]+p(x)$

13- لاندې پولینومونه نظر y ته په نزولي ډول ترتیب کړئ.

$4x^2y-3xy^2+x^3+y^3$ $4xy^3-3x^3y+2x^2y^2+x^4+y^4$

14 – په لاندې الجبري افادو کې پولینومونه، ناطقې الجبري افادې او غیر ناطقې الجبري افادې په نښه کړئ.

13 , $\sqrt{2}x$, 0

$\frac{3x^2}{2}$, $\sqrt{x}-\frac{1}{x}$, $y^2-\frac{1}{y^2}$

15 – د $(1+2x+3x^2)+(3x-5-2x^2)+(-x^2-5x+4)$ افادې حاصل مساوي دی په

$a)$ 1 $b)$ صفر $c)$ -1 $d)$ 2

16 – د دوو الجبري افادو د ضرب حاصل $(a^3+b^3+c^3-3abc)$ دی. که یوه افاده یې $(a+b+c)$ وي، بله افاده پیدا کړئ.

17 – د ویش حاصل یې پیدا کړئ.

$(12x^4+3x^3-13x^2+x+5)\div(3x^2-1)$ $(a^3+b^3)\div(a+b)$

$(4x^3-10x^2+12x+6)\div(2x+1)$ $(a^5-b^5)\div(a-b)$

$\frac{x^{a-2}}{x}$ $\frac{-m^a}{m^b}$

18 – ضرب یې کړئ.

$(a^{2x}-2)(a^{2x}-2)$ $(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2})(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4})$

$(e^x+1)(e^x-1)$ $(m^2-2n^2)(2m^2-n^2)$

$(0.1x^2)(0.1x^2)(0.1x^2)$ $\quad$ $(2\frac{1}{2}mn)(2\frac{1}{2}mn)(2\frac{1}{2}mn)$

19 - لومړی لاندې افادې ساده او بیا يې جمع کړئ.

$(a-1)+1-(a-1)-3$ $\quad$ $-(10mn-m)-(m^2+m)+m^2$

$(y^2-1)+(y^2-1)$ $\quad$ $[-4(a-b)-5]+[(2a+b)-(a-b)]$

$10[-\{-(x^2-1)+5\}-x(x-2)]$ $\quad$ $10(x+1)-(x+1)-3(x+2)$

$mn-4+mn-5$

20 - لاندې افادې ساده او جمع يې کړئ.

$(a-1)+1-(a-1)-3$ $\quad$ $-(10mn-m)-(m^2+m)+m^2$

$(y^2-1)+(y^2-1)$ $\quad$ $[-4(a-b)-5]+[(2a+b)-(a-b)]$

$10[-\{-(x^2-1)+5\}-x(x-2)]$ $\quad$ $10(x+1)-(x+1)-3(x+2)$

$mn-4+mn-5$

21 - تجزيه يې کړئ.

x^2-x-12 , a^2+9a+8 , $x^2+5x-24$

$9y^2-81$, a^2-36 , $a^2c^2-16c^2d^2$

$12a^3-8a^2+4a$, $13n-26n^3+39n^5$

22 - که $a^2-b^2=4$ او $a-b=8$ وي، د a+b قيمت پيدا کړئ.

23 - د مطابقت په مرسته (34×26), (104×96), $(99)^2$, $(105)^2$, $(95)^2$ حاصل پيدا کړئ.

24 - انکشاف ورکړئ.

$(2x+5)^2$

$(3a-8)^2$

$(7a-5)^2$